

203 BÀI TẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $S = x + y$, $P = xy$ (hệ đối xứng loại 1)

Bài 2 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy(x - y) = -2 \\ x^3 - y^3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $S = x - y$, $P = xy$

Bài 3 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4 \\ x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 4 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $S = \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(y + \frac{1}{y}\right)$, $P = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$

Bài 5: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $S = x + y$, $P = xy$

Bài 6 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 3 \\ 2x + xy + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $S = x + y$, $P = xy$

Bài 7 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + 2xy = 2 \\ x^3 + y^3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $S = x + y$, $P = xy$

Bài 8 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 7 \\ xy(x - y) = 2 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $S = x - y$, $P = xy$

Bài 9 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 2x = y \\ y^3 + 2y = x \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : lấy pt (1)-(2) làm xuất hiện nhân tử chung $x-y$ (hệ phương trình đối xứng loại 2)

Bài 10 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{2x+3} + \sqrt{4-y} = 4 \\ \sqrt{2y+3} + \sqrt{4-x} = 4 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{11}{9} \\ y = \frac{11}{9} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : lấy pt (1)-(2) và trục căn thức làm xuất hiện nhân tử chung x-y

Bài 11 : Giải hệ phương trình (ĐH Khối B – 2003)

$$\begin{cases} 3x = \frac{x^2+2}{y^2} \\ 3y = \frac{y^2+2}{x^2} \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : lấy pt (1)-(2) làm xuất hiện nhân tử chung x-y

Bài 12 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \\ 2x^2 - xy - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Từ pt (1) làm xuất hiện nhân tử chung x-y bằng cách chuyển vế và nhóm lại

Bài 13 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = \cos x - \cos y \\ x^2y - 3y - 18 = 0 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : (1) $\Leftrightarrow x - \cos x = y - \cos y$ Xét hàm số $f(t) = t - \cos t \Rightarrow x=y$

Bài 14 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - 3y + 2 = 0 \\ y^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : lấy pt (1)-(2) làm xuất hiện nhân tử chung x-y

Bài 15 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy = x + 2y \\ y^2 + xy = y + 2x \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : lấy pt (1)-(2) làm xuất hiện nhân tử chung x-y

Bài 16 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y-7} = 4 \\ \sqrt{y+1} + \sqrt{x-7} = 4 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 8 \\ y = 8 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : lấy pt (1)-(2) và trục căn thức làm xuất hiện nhân tử chung x-y

Bài 17 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = \frac{698}{81} \\ x^2 + y^2 + xy - 3x - 4y + 4 = 0 \end{cases}$$

ĐS: Hệ vô nghiệm

Hướng Dẫn : Từ pt thứ (2) ta tìm miền giá trị của x, y và kết hợp pt (1)

Bài 18 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3(2+3y) = 1 \\ x(y^3-2) = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Pt (1) chia cho x^3 ; pt (2) chia cho x sau đó lấy pt (1) + pt (2) ta được pt dạng $f(y) = f(\frac{1}{x})$

Bài 19 : Giải hệ phương trình (HSG QG 1998-1999 Bảng A)

$$\begin{cases} (1+4^{2x-y})5^{1-2x+y} = 1+2^{2x-y+1} \\ y^3+4x+1+\ln(y^2+2x) = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Từ pt thứ (1) ta đặt $t = 2x-y$ và xét hàm số $f(t) \Rightarrow t=1$ sau đó thế vào pt (2) xét hàm $f(y)$

Bài 20 : Giải hệ phương trình (HSG QG 2000-2001 Bảng B)

$$\begin{cases} \sqrt{7x+y} + \sqrt{2x+y} = 5 \\ \sqrt{2x+y} + x - y = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 10 - \sqrt{77} \\ y = \frac{11 - \sqrt{77}}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : đặt $u = \sqrt{7x+y}$; $v = \sqrt{2x+y} \Rightarrow u^2 - v^2 = 5x$ và kết hợp với pt (1) $v = \frac{5-x}{2}$; kết hợp pt (2) $\Rightarrow x = 2y - 1$

Bài 21 : Giải hệ phương trình (HSG QG 1995-1996 Bảng A)

$$\begin{cases} \sqrt{3x}(1 + \frac{1}{x+y}) = 2 \\ \sqrt{2y}(1 - \frac{1}{x+y}) = 4\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{11 + 4\sqrt{7}}{21} \\ y = \frac{22 + 8\sqrt{7}}{7} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Xét đk sau đó chia hai vế của hpt $\sqrt{3x}$ và $\sqrt{2y}$, Cộng chừ hai vế sau khi chia ta được hệ mới, lấy pt(1) nhân với pt (2) đưa về pt đẳng cấp với ẩn x, y

Bài 22 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy - 3x - 2y = 16 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 33 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -3 - \sqrt{3} \\ y = -2 + \sqrt{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -3 + \sqrt{3} \\ y = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : đặt $u = x - 1$; $v = y - 2$ sau đó đặt $u+v = S$; $uv = P$

Bài 23 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (2x+y)^2 - 5(4x^2 - y^2) + 6(2x-y)^2 = 0 \\ 2x+y + \frac{1}{2x-y} = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{3}{8} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Phương trình (1) là phương trình đẳng cấp với ẩn $2x+y$ và $2x-y$

Bài 23 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3x + 4y = 1 \\ 3x^2 - 2y^2 - 9x - 8y = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \\ y = -4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $u = x^2 - 3x$; $v = y^2 + 4y$

Bài 24 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x\sqrt{x} - \sqrt{x} = y\sqrt{y} + 8\sqrt{y} \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Từ pt (1) nhóm lại và bình phương 2 vế sau đó thế pt (2) vào pt (1)

Bài 25 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 7 \\ xy(x - y) = 2 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $y = tx$ (hệ phương trình đẳng cấp)

Bài 26 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 5 \\ \frac{y}{x} - \frac{2x}{y} = -\frac{5}{2} - \frac{2}{xy} \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $y = tx$ (hệ phương trình đẳng cấp)

Bài 27 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2y(x^2 - y^2) = 3x \\ x(x^2 + y^2) = 10y \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2}\sqrt[4]{\frac{3}{5}} \\ y = \frac{5}{2}\sqrt[4]{\frac{27}{125}} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{5}{2}\sqrt[4]{\frac{3}{5}} \\ y = -\frac{5}{2}\sqrt[4]{\frac{3}{5}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $y = tx$ (hệ phương trình đẳng cấp)

Bài 28 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{2xy} = 8\sqrt{2} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Bình phương trình (2) rút $x + y$ thay vào pt (1) và đặt $t = \sqrt{xy}$

Bài 29 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $u = \sqrt{x}$; $v = \sqrt{y} \Rightarrow$ hệ phương trình với ẩn u, v (hệ đối xứng loại 1)

Bài 30 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(x + y) = 3(\sqrt[3]{x^2y} + \sqrt[3]{y^2x}) \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 6 \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 8 \\ y = 64 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 64 \\ y = 8 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $u = \sqrt[3]{x}$; $v = \sqrt[3]{y} \Rightarrow$ hệ phương trình với ẩn u, v (hệ đối xứng loại 1)

Bài 31 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{6x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{6x}} = \frac{5}{2} \\ x+y-xy=9 \end{cases}$$

ĐS : Hệ vô nghiệm

Hướng Dẫn : Đặt $u = \sqrt{\frac{6x}{x+y}} \Rightarrow u$ từ pt (1)

Bài 32 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{7}{2 + \sqrt{xy}} \\ x\sqrt{xy} + y\sqrt{xy} = 7 \\ x, y > 0 \end{cases}$$

ĐS : Hệ vô nghiệm

Hướng Dẫn : Đặt $u = \sqrt{x}$; $v = \sqrt{y} \Rightarrow$ hệ phương trình với ẩn u, v (hệ đối xứng loại 1)

Bài 33 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{2y}\left(3 - \frac{5}{y+42x}\right) = 4 \\ \sqrt{x}\left(3 - \frac{5}{y+42x}\right) = 2 \end{cases}$$

ĐS:
$$\begin{cases} x = \frac{5 + 2\sqrt{26}}{27} \\ y = \frac{5 + 2\sqrt{26}}{9} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Xét đk sau đó chia hai vế của hpt \sqrt{x} và $\sqrt{2y}$, Cộng chừ hai vế sau khi chia ta được hệ mới, lấy pt(1) nhân với pt (2) đưa về pt đẳng cấp với ẩn x, y

Bài 34 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{3 + 2x^2y - x^4y^2} + x^4(1 - 2x^2) = y^2 \\ 1 + \sqrt{1 + (x - y)^2} = x^3(x^3 - x + 2y^2) \end{cases}$$

ĐS:
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Cộng hai vế của hai hpt với nhau sau đó đánh giá hai vế của pt mới

Bài 35 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 10 \\ \sqrt{x+6} + \sqrt{y+6} = 14 \end{cases}$$

ĐS: Hệ vô nghiệm

Hướng Dẫn : lấy pt(1) \pm pt(2) ta được hpt mới

đặt $u = \sqrt{x} + \sqrt{x+6}$; $v = \sqrt{y} + \sqrt{y+6}$ (hệ đối xứng loại 1 với ẩn u, v)

Bài 36 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x + \sqrt{x^2 - y^2}}{x - \sqrt{x^2 - y^2}} = \frac{9x}{5} \\ \frac{x}{y} = \frac{5 + 3x}{30 - 6y} \end{cases}$$

ĐS:
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Từ pt (2) rút $\frac{9x}{5}$ thế vào pt (1) và đặt $t = \frac{x}{y}$

Bài 37 : Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt[4]{32-x} - y^2 = -3 \\ \sqrt[4]{x}\sqrt{32-x} + 6y = 24 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 16 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : lấy pt (1)+pt(2) sau đó dùng bất đẳng thức bunyakovsky(hai số căn cùng bậc) đánh giá về trái ≤ 12 , $Vp \geq 12$

Bài 38 : Giải hệ phương trình (ĐHSP Hà Nội 2000)

$$\begin{cases} y + xy^2 = 6x^2 \\ 1 + x^2y^2 = 5x^2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Chia x^2 và đặt $u = \frac{y}{x}$; $v = y + \frac{1}{x}$

Bài 39 : Giải hệ phương trình (THTT 2009)

$$\begin{cases} x^2(y+1)(x+y+1) = 3x^2 - 4x + 1 \\ xy + x + 1 = 5x^2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Thế $y+1$ từ pt (2) vào pt (1)

Bài 40 : Giải hệ phương trình (ĐH Khối D2008)

$$\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Pt (1) là phương trình tích có nhân tử chung là $x+y$

Bài 41 : Giải hệ phương trình (THTT 2009)

$$\begin{cases} y^2 = (5x+4)(4-x) \\ y^2 - 5x^2 - 4xy + 16x - 8y + 16 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{4}{5} \\ y = 0 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Giải pt (2), coi x là tham số còn y là ẩn của pt bậc hai

Bài 42 : Giải hệ phương trình (THTT 2009)

$$\begin{cases} x^2 + 1 + y(x+y) = 4y \\ (x^2 + 1)(y+x-2) = y \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Xét đk sau đó chia hai vế của hai hpt cho y

và đặt $u = \frac{x^2+1}{y}$; $v = x+y-2$

Bài 43 : Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^2 + y^5 = x^2 + y^2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Thế pt (1) vào vế phải của pt (2)

Bài 44 : Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 7 \\ xy(x - y) = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Nhân pt (1) cả hai vế với 2 rồi thế pt (2) vào vế phải của pt (1)

Bài 45 : Giải hệ phương trình (DDHQGHN 1997-Khối D)

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 7 \\ xy(x - y) = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Nhân pt (1) cả hai vế với 2 rồi thế pt (2) vào vế phải của pt (1)

Bài 46 : Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} 2x^3 - 9y^3 = (x - y)(2xy + 3) \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Thế số 3 ở pt (2) vào số 3 vế phải của pt (1)

Bài 47 : Giải hệ phương trình (THTT 2009)

$$\begin{cases} 4xy + 4(x^2 + y^2) + \frac{3}{x^2 + y^2} = 7 \\ 2x + \frac{1}{x + y} = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Biến đổi pt (1) xuất hiện $(x-y)^2$ và pt (2) của hệ xuất hiện $x-y$ sau

đó đặt $u = x+y + \frac{1}{x+y}$; $v = x-y$

Bài 48 : Giải hệ phương trình (THTT 2009)

$$\begin{cases} x^3 - 5x = y^3 - 5y \\ x^8 + y^4 = 1 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \pm \sqrt[4]{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}} \\ y = \pm \sqrt[4]{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Từ pt (2) \Rightarrow đk của x, y sau đó xét hàm số $f(t) = t^3 - 5t$, $\Rightarrow x=y$

Bài 49 : Giải hệ phương trình (THTT 2009)

$$\begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 \\ y + \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Đặt $u=x-1$; $v=y-1$ ta được hệ mới với ẩn u, v và lấy pt (1) trừ pt (2), xét hàm số $f(t) = t + \sqrt{t^2+1} + 3^t$

Bài 50 : Giải hệ phương trình (Dự bị 2 Khối B2007)

$$\begin{cases} x + \frac{2xy}{\sqrt[3]{x^2 - 2x + 9}} = x^2 + y \\ y + \frac{2xy}{\sqrt[3]{y^2 - 2y + 9}} = y^2 + x \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn : Cộng hai vế của hai hpt sau đó đánh giá vế trái $\leq |xy|$, vế phải $\geq |xy|$

Bài 51: Giải hệ phương trình (THTT 2009)

$$\begin{cases} y = -x^3 + 3x + 4 \\ x = 2y^3 - 6y - 2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Từ pt (1) biến đổi $y-2=-(x+1)^2(x-2)$ tương tự pt (2) biến đổi $x-2=..$
Sau đó biện luận xung quanh số 2

Bài 52: Giải hệ phương trình (THTT 2004)

$$\begin{cases} x - y = e^x - e^y \\ \log_2^2 x + 3 \log_{\frac{1}{2}} y + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Từ pt (1) biến đổi $e^y - y = e^x - x$ và xét hàm số $f(t) = e^t - t$

Bài 53: Giải hệ phương trình (THTT 2005)

$$\begin{cases} x + \sqrt{1 - y^2} = 1 \\ y + \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{3} \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $x = \cos t$; $y = \sin t$

Bài 54: Giải hệ phương trình (THTT 2006)

$$\begin{cases} x + 3xy + y = 1 + 4\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $x+y = S$; $xy = P$

Bài 55: Giải hệ phương trình (THTT 2007)

$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2(x^2 - x + y) \\ y^3 + 1 = 2(y^2 - y + x) \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 lấy pt (1)-pt(2) làm xuất hiện nhân tử chung $x-y$

Cách 2: Đưa về hệ hoán vị vòng quang $y=f(x)$; $x=f(y)$

Bài 56: Giải hệ phương trình (THTT 2009)

$$\begin{cases} (x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1 \\ y + \frac{y}{\sqrt{x^2 - 1}} + \frac{35}{12} = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = -\frac{5}{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Hướng Dẫn:

Ta có: $(x + \sqrt{x^2 + 1})(-x + \sqrt{x^2 + 1}) = 1$ và $(y + \sqrt{y^2 + 1})(-y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$ kết hợp với pt (1) ta được hệ, giải hệ này $\Rightarrow y = -x$ sau đó thay vào pt (2)

Bài 57: Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 125y^5 - 125y^3 + 6\sqrt{15} = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{10}}{5} \\ y = \frac{\sqrt{15}}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{10}}{5} \\ y = \frac{\sqrt{15}}{5} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : Thế x từ pt(1) vào pt (2) $\Rightarrow y^6 x^4 = \frac{4 \cdot 3^3}{5^5}$ sau đó áp dụng BĐT cauchy cho các số $\frac{3}{2}x^2; \frac{3}{2}x^2; y^2; y^2; y^2 \Rightarrow y^2 = \frac{3}{2}x^2$ thay vào pt (1)

Cách 2 : Đặt $t = y \sqrt{\frac{15}{5}} \Rightarrow$ pt ẩn t có nghiệm duy nhất $t = 1$

Bài 58: Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} x^2 + 3y = 9 \\ y^4 + 4(2x - 3)y^2 - 48y - 48x + 155 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -3 + \sqrt{3} \\ y = 2\sqrt{3} - 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -3 - \sqrt{3} \\ y = -2\sqrt{3} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(-3\sqrt{2} + \sqrt{6} + 2\sqrt{3}) \\ y = \sqrt{3} + \sqrt{6} - \sqrt{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1}{2}(-3\sqrt{2} - \sqrt{6} - 2\sqrt{3}) \\ y = -\sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{6} - 2\sqrt{3}) \\ y = \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{6} + 2\sqrt{3}) \\ y = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{6} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : Thế $9-3y$ từ pt(1) vào pt (2) \Rightarrow pt bậc hai với ẩn y^2+4x

Bài 59: Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} x^3 - xy^2 + 2000y = 0 \\ y^3 - yx^2 - 500x = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm \frac{20\sqrt{30}}{3} \\ y = \mp \frac{10\sqrt{30}}{3} \end{cases}$$

ĐS:

Hướng Dẫn: Thế $x^2 - y^2$ từ pt(1) vào pt (2) $\Rightarrow x^2 = 4y^2$

Bài 60: Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} x + \frac{3x - y}{x^2 + y^2} = 3 \\ y - \frac{x + 3y}{x^2 + y^2} = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

ĐS:

Hướng Dẫn: Đặt $z = x + yi$ Nhân pt (2) với i rồi cộng 2 về pt (1) với pt (2) \Rightarrow pt bậc hai ẩn z

Bài 61: Giải hệ phương trình (HSG QG 2009)

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+2x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+2y^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+2xy}} \\ \sqrt{x(1-2x)} + \sqrt{y(1-2y)} = \frac{2}{9} \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{9-\sqrt{73}}{36} \\ y = \frac{9-\sqrt{73}}{36} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{9+\sqrt{73}}{36} \\ y = \frac{9+\sqrt{73}}{36} \end{cases}$$

ĐS:*Hướng Dẫn:* Dùng BĐT bunyakovsky cho pt (1) $\Rightarrow x=y$ **Bài 62:** Giải hệ phương trình (THTT 2010)

$$\begin{cases} \frac{3}{x^2+y^2-1} + 2\frac{y}{x} = 1 \\ x^2+y^2+4\frac{y}{x} = 22 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm 14\sqrt{\frac{2}{53}} \\ y = \pm 4\sqrt{\frac{2}{53}} \end{cases}$$

ĐS:*Hướng Dẫn:* Đặt $x^2+y^2-1 = u$; $v = \frac{y}{x}$ **Bài 63:** Giải hệ phương trình (THTT 2010)

$$\begin{cases} \sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 8 - x^3 \\ (x-1)^4 = y \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

ĐS:*Hướng Dẫn:* Thế pt(2) vào pt (1) và xét 1 bên là hàm đồng biến, 1 bên là hàm nghịch biến với pt sau khi thế**Bài 64:** Giải hệ phương trình (THTT 2010)

$$\begin{cases} x^5 + xy^4 = y^{10} + y^6 \\ \sqrt{4x+5} + \sqrt{y^2+8} = 6 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

ĐS:*Hướng Dẫn:* Chia pt (1) cho x^5 sau đó xét hàm số $f(t) = t^5 + t$ **Bài 65:** Giải hệ phương trình (THTT 2010)

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 9 \\ x^2 + 2y^2 - x + 4y = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

ĐS:*Hướng Dẫn:* nhân hai vế của pt (2) với 3 rồi lấy pt (1) trừ pt (2) \Rightarrow hằng đẳng thức $A^3 = B^3$ **Bài 66:** Giải hệ phương trình (ĐH -Khối B2002)

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x-y} = \sqrt{x-y} \\ x+y = \sqrt{x+y+2} \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ĐS:*Hướng Dẫn:* Cách 1 : pt (1) có nhân tử chung $\sqrt[3]{x-y}$ Cách 2 : Đặt $t = \sqrt{x+y+2} \Rightarrow$ pt (2) là pt bậc hai ẩn t

Bài 67: Giải hệ phương trình (ĐH -Khối D2002)

$$\begin{cases} 2^{3x} = 5y^2 - 4y \\ \frac{4^x + 2^{x+1}}{2^x + 2} = y \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

ĐS:

Hướng Dẫn: Từ pt (2) $\Rightarrow 2^x = y$ rồi thay vào pt (1)

Bài 68: Giải hệ phương trình (ĐH -Khối A2003)

$$\begin{cases} x - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{y} \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

ĐS:

Hướng Dẫn: Từ pt (1) $\Rightarrow x=y$ bằng cách chuyển vế và nhóm lại

Bài 69: Giải hệ phương trình (ĐH -Khối B2003)

$$\begin{cases} 3x = \frac{y^2 + 2}{x^2} \\ 3y = \frac{x^2 + 2}{y^2} \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

ĐS:

Hướng Dẫn: Quy đồng rồi lấy pt (1) trừ pt (2) làm xuất hiện nhân tử chung $x-y$

Bài 70: Giải hệ phương trình (ĐH -Khối A2004)

$$\begin{cases} \log_1(x-y) - \log_4\left(\frac{1}{y}\right) = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Từ pt (1) rút x và thế vào pt (2)

Bài 71: Giải hệ phương trình (ĐH -Khối B2005)

$$\begin{cases} 3 \log_9(9x^2) - \log_3 y^3 = 3 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: biến đổi pt (1) $\Rightarrow x=y$

Bài 72: Giải hệ phương trình (Dự bị 1 -Khối A2005)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 4 \\ x(x+y+1) + y(y+1) = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ y = \mp\sqrt{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $S = x + y$; $P = xy$

Bài 73: Giải hệ phương trình (ĐH -Khối A2006)

$$\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $t = \sqrt{xy}$ và bình phương hai vế pt (2) kết hợp với cách đặt ta được pt liên quan đến t

Bài 74: Giải hệ phương trình (**Dự bị 2 -Khối A2006**)

$$\begin{cases} x^3 - 8x = y^3 + 2y \\ x^2 - 3 = 3(y^2 + 1) \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1): $x^3 - y^3 = 2(4x + 2y)$ sau đó nhân hai vế với 3 và thế pt (2) vào vế phải ta được pt đẳng cấp bậc 3

Bài 75: Giải hệ phương trình (**Dự bị 2 -Khối B2006**)

$$\begin{cases} (x - y)(x^2 + y^2) = 13 \\ (x + y)(x^2 - y^2) = 25 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $x - y = S$; $xy = P$

Bài 76: Giải hệ phương trình (**Dự bị 2 -Khối A2007**)

$$\begin{cases} x^4 - x^3y + x^2y^2 = 1 \\ x^3y - x^2 + xy = 1 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi và đặt $u = -x^2 + xy$; $v = x^3y$

Bài 77: CMR hệ phương trình có đúng hai nghiệm dương (**Dự bị 1 -Khối B2007**)

$$\begin{cases} e^x = 2007 - \frac{y}{\sqrt{y^2 - 1}} \\ e^x = 2007 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \end{cases} \quad \text{ĐS: Hệ luôn có hai nghiệm } > 1$$

Hướng Dẫn: Xét hàm số $f(t) = e^t$; $g(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 - 1}} \Rightarrow x = y \dots$

Bài 78: Giải hệ phương trình (**ĐH -Khối A2008**)

$$\begin{cases} x^2 + y + x^3y + xy^2 + xy = -\frac{5}{4} \\ x^4 + y^2 + xy(1 + 2x) = -\frac{5}{4} \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \sqrt[3]{\frac{5}{4}} \\ y = -\sqrt[3]{\frac{25}{16}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = x^2 + y$; $v = xy$

Bài 79: Giải hệ phương trình (**ĐH -Khối B2008**)

$$\begin{cases} x^4 + 2x^3y + x^2y^2 = 2x + 9 \\ x^2 + 2xy = 6x + 6 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -4 \\ y = \frac{17}{4} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thế xy ở pt (2) vào pt (1)

Bài 80: Giải hệ phương trình (**ĐH -Khối B2009**)

$$\begin{cases} xy + x + 1 = 7y \\ x^2y^2 + xy + 1 = 13y^2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) chia hai vế cho y ; pt (2) chia hai vế cho y^2 sau đó

đặt $u = x + \frac{1}{y}$; $v = \frac{x}{y}$

Bài 81: Giải hệ phương trình (ĐH -Khối D2009)

$$\begin{cases} x(x+y+1) - 3 = 0 \\ (x+y)^2 - \frac{5}{x^2} + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thế $x+y$ từ pt (1) vào pt (2) ta được pt bậc 2 với ẩn $\frac{1}{x^2}$

Bài 82: Giải hệ phương trình (ĐH -Khối A2010)

$$\begin{cases} (4x^2 + 1)x + (y - 3)\sqrt{5 - 2y} = 0 \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3 - 4x} = 7 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : Từ pt(1) biến đổi về dạng $f(2x) = f(\sqrt{5 - 2y})$, với $f(t) = (t^2 + 1)t$

Cách 2: Đặt $u = 2x$; $v = \sqrt{5 - 2y}$ sau đó rút x và y thay vào pt (1)

và đưa về pt tích có nhân tử chung là $u - v$

Bài 83: Giải hệ phương trình (THTT 2010)

$$\begin{cases} (3 - x)\sqrt{2 - x} - 2y\sqrt{2y - 1} = 0 \\ 2\sqrt{2 - x} - \sqrt{(2y - 1)^3} = 1 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{5 - \sqrt{5}}{4} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : Từ pt(1) biến đổi về dạng $f(\sqrt{2 - x}) = f(\sqrt{2y - 1})$, với $f(t) = (1 + t^2)t$

Cách 2: Đặt $u = \sqrt{2 - x}$; $v = \sqrt{2y - 1}$ sau đó rút x và y thay vào pt (1) và đưa về pt tích có nhân tử chung là $u - v$

Bài 84: Giải hệ phương trình (CD Khối A2010)

$$\begin{cases} 2\sqrt{2x + y} = 3 - 2y - y \\ x^2 - 2xy - y^2 = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -3 \\ y = 7 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) là phương trình bậc hai ẩn là $\sqrt{2x+y}$

Bài 85: Giải hệ phương trình (Thi thử 2010)

$$\begin{cases} x^4 - 4x^2 + y^2 - 6x + 9 = 0 \\ x^2y + x^2 + 2y - 22 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ y = 5 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi và đặt $u = x^2 - 2$; $v = y^2 - 3$ đưa về hệ đối xứng loại 1

Bài 86: Giải hệ phương trình (Thi thử 2010)

$$\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{5}}{4} \\ y = \frac{6}{3 + \sqrt{5}} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{5}}{4} \\ y = \frac{6}{3 - \sqrt{5}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Chia pt (1) y^3 ; pt (2) cho y^2 và đặt $u = 2x$; $b = \frac{3}{y}$ đưa hpt về hệ đối xứng loại 1

Bài 87: Giải hệ phương trình (**Thi thử 2010**)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 3 \\ \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 1} = 4 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Bình phương pt (2) sau đó thế $x^2 + y^2$ ở pt (1) vào ta được pt với ẩn xy

Bài 88: Giải hệ phương trình (**Thi thử 2010**)

$$\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3 \cdot 2^{y+3x} \\ \sqrt{3x^2 + 1} + xy = \sqrt{x + 1} \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = \log_2 \frac{8}{11} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1}{3} [\log_2(3 + \sqrt{8}) - 1] \\ y = 2 - \log_2(3 + \sqrt{8}) \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt (2) là pt tích với nhân tử chung là x

Bài 89: Giải hệ phương trình (**Thi thử 2010**)

$$\begin{cases} e^{x-y} + e^{x+y} = 2(x+1) \\ e^{x+y} = x - y + 1 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = x+y$; $v = x-y$ đưa về dạng $f(u) = f(v)$ với $f(t) = e^t + t$

Bài 90: Giải hệ phương trình (**Thi thử 2010**)

$$\begin{cases} (1 + 4^{x-y})5^{1-x+y} = 1 + 3^{x-y+2} \\ x^2 - 3y\sqrt{y - \frac{1}{x}} = 1 - 2y \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x = y = 2 \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = x-y$ và so sánh u với số $0 \Rightarrow u$ phải bằng $0 \Rightarrow x=y$

Bài 91: Giải hệ phương trình (**Thi thử 2010**)

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 91} = \sqrt{y - 2} + y^2 \\ \sqrt{y^2 + 91} = \sqrt{x - 2} + x^2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Lấy pt (1) trừ pt (2) và trục căn thức với căn làm xuất hiện nhân tử chung $x-y \Rightarrow x=y$

Bài 92: Giải hệ phương trình (**Thi thử 2010**)

$$\begin{cases} \log_y \sqrt{xy} = \log_x y \\ 2^x + 2^y = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \log_2 3 - 1 \\ y = \log_2 3 - 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt (1) là phương trình bậc 2 ẩn là $\log_y x$

Bài 93: Giải hệ phương trình (**Thi thử 2010 Phú Thọ**)

$$\begin{cases} x - 2y - \sqrt{xy} = 0 \\ \sqrt{x-1} - \sqrt{2y-1} = 1 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 10 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt (1) có nhân tử chung là $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

Bài 94: Giải hệ phương trình (**Chọn HSG Bắc Giang 2010**)

$$\begin{cases} x\sqrt{x} - 8\sqrt{y} = \sqrt{x} + y\sqrt{y} \\ x - y = 5 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : Đặt $\sqrt{x} = t\sqrt{y} \Rightarrow t = \frac{3}{2}$

Cách 2 : Chuyển pt (1) về dạng 1 bên là x và 1 bên là y sao đó nhóm lại và bình phương 2 vế rồi thế pt (2) vào

Bài 95: Giải hệ phương trình (KS Chất lượng 12 Thanh Hóa 2010)

$$\begin{cases} 2x^2 + x - \frac{1}{y} = 2 \\ y - y^2x - 2y^2 = -2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2} \\ y = \frac{2}{\sqrt{7} \pm 1} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi pt (2) và đặt $u=x$; $v=\frac{1}{y}$

Bài 96: Giải hệ phương trình (KS Chất lượng 12 Thanh Hóa 2010)

$$\begin{cases} 2x^2 + x - \frac{1}{y} = 2 \\ y - y^2x - 2y^2 = -2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2} \\ y = \frac{2}{\sqrt{7} \pm 1} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi pt (2) và đặt $u=x$; $v=\frac{1}{y}$

Bài 97: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Đồng Tháp 2010)

$$\begin{cases} \sqrt{x+y+1} + 1 = 4(x+y)^2 + \sqrt{3}\sqrt{x+y} \\ 2x - y = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt (1) đặt $t = x + y$ sau đó trục căn thức làm xuất hiện nhân tử chung là $2t-1$

Bài 98: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Hải Phòng 2010)

$$\begin{cases} y\sqrt{x^2 - y^2} = 12 \\ x + y + \sqrt{x^2 - y^2} = 12 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = \sqrt{x^2 - y^2}$; $v = x + y$

Bài 99: Giải hệ phương trình (KS Chất lượng 12 thanh hóa 2010Thi)

$$\begin{cases} 3^{3x-2y} - 5.6^x + 4.2^{3x-2y} = 0 \\ \sqrt{x-y} = \sqrt{y} + (\sqrt{2y} - \sqrt{x})(\sqrt{2y} + \sqrt{x})^2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \log_3 4 \\ y = \frac{1}{2} \log_3 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt (2) chuyển căn \sqrt{y} sang bên phải sau đó trục căn thức làm xuất hiện nhân tử chung là $2y-x$

Bài 100: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Nghệ An 2010)

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 2\sqrt{y} \\ \sqrt{x} + \sqrt{5y} = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Bình phương pt (1) hai lần làm xuất hiện nhân tử chung là y

Bài 101: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Nghệ An 2010)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 1 = 4y \\ y(x+y)^2 = 2x^2 + 7y + 2 \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Chia hai vế của 2 pt cho y và đặt $u = \frac{x^2+1}{y}$; $v = x+y$

Bài 102: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Đà Nẵng 2010)

$$\begin{cases} 2y^2 - x^2 = 1 \\ 2x^3 - y^3 = 2y - x \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thay pt (1) vào vế trái của pt (2) ta được pt bậc 3 với ẩn là $\frac{x}{y}$

Bài 103: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Nghệ An 2010)

$$\begin{cases} 3(x^3 - y^3) = 4xy \\ x^2y^2 = 9 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \sqrt[3]{2 \pm \sqrt{31}} \\ y = -\sqrt[3]{2 \mp \sqrt{31}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $S = x - y$; $P = xy$

Bài 104: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Hải Phòng 2010)

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^2y + 2xy^2 + y^3 = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ y = \mp\sqrt{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thay pt (1) vào vế trái của pt (2) ta được pt bậc 3 với ẩn là $\frac{x}{y}$

Bài 105: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Nguyễn Huệ 2010)

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \\ \sqrt{x+6} + \sqrt{y+4} = 6 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt (1) cộng pt (2) và pt (1) trừ pt (2) ta được hệ pt mới và đặt $u = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+6}$; $v = \sqrt{y+1} + \sqrt{y+4}$

Bài 106: Giải hệ phương trình (Thi thử ĐH Nguyễn Huệ 2010)

$$\begin{cases} 4^{x+y-1} + 3 \cdot 4^{2y-1} = 2 \\ x + 3y = 2 - \log_4 3 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{1}{2}(1 + \log_4 3) \\ y = \frac{1}{2}(1 - \log_4 3) \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Dùng BĐT cauchy cho hai số 4^{x+y-1} và $3 \cdot 4^{2y-1}$

Bài 107: Giải hệ phương trình (HSG Bà Rịa Vũng Tàu 2010)

$$\begin{cases} \sqrt{2x} + \sqrt{2y} = 4 \\ \sqrt{2x+5} + \sqrt{2y+5} = 6 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Lấy pt (1) \pm pt (2) ta được hpt mới và đặt

$u = \sqrt{2x+5} + \sqrt{2x}$; $v = \sqrt{2y+5} + \sqrt{2y}$ đưa về hệ ẩn u, v

Bài 108 : Giải hệ phương trình (HSG Hải Phòng Bảng A 2010)

$$\begin{cases} \sqrt{x + \frac{1}{y}} + \sqrt{x + y - 3} = 3 \\ 2x + y + \frac{1}{y} = 8 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \pm \sqrt{10} \\ y = 3 \mp \sqrt{10} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = \sqrt{x + \frac{1}{y}}$; $v = \sqrt{x + y - 3}$ đưa về hệ đối xứng loại 1

Bài 109 : Giải hệ phương trình (HSG Lâm Đồng 2010)

$$\begin{cases} 4x^2 + y^4 - 4xy^3 = 1 \\ 4x^2 + 2y^2 - 4xy = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt(1) trừ pt(2) ta được pt tích với nhân tử chung là $y^2 - 1$

Bài 110 : Giải hệ phương trình (HSG Đồng Nai 2010)

$$\begin{cases} x^4 + 5y = 6 \\ x^2y^2 + 5x = 6 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt(1) trừ pt(2) ta được pt tích với nhân tử chung là $x - y$

Bài 111 : Giải hệ phương trình (HSG Hà Tĩnh 2010)

$$\begin{cases} \frac{3}{x^2 + y^2 - 1} + \frac{2y}{x} = 1 \\ x^2 + y^2 - \frac{2y}{x} = 4 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \mp 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = x^2 + y^2 - 1$; $v = \frac{x}{y}$

Bài 112 : Giải hệ phương trình (HSG Quảng Bình 2010)

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{x - y - 1} = 1 \\ x^2 + x + 2y\sqrt{x} - y^2x = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Rút gọn pt (1) và pt (2) ta được hệ mới

Bài 113 : Giải hệ phương trình (HSG Bến Tre 2010)

$$\begin{cases} x^2 + \sqrt{x} = 2y \\ y^2 + \sqrt{y} = 2x \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : biến đổi hệ về dạng $x=f(y); y=f(x)$ (hệ phương trình hoán vị vòng quanh) và xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + \sqrt{t}}{2} \Rightarrow x = y$

Cách 2 : pt (1) trừ pt (2) có nhân tử chung $(x - y)$

Bài 114 : Giải hệ phương trình (HSG Bình Định 2010)

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{x}}{y} + 2 \\ y(\sqrt{x^2 + 1} - 1) = \sqrt{3x^2 + 3} \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Dựa vào pt (1) là pt bậc hai theo ẩn x

Bài 115 : Giải hệ phương trình (HSG Khánh hòa 2010)

$$\begin{cases} 2x^2y + 3xy = 4x^2 + 9y \\ 7y + 6 = 2x^2 + 9x \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -2 \\ y = -\frac{16}{7} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{7} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{-9 \pm 3\sqrt{33}}{4} \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: rút y từ pt (1) rồi thế vào pt (2) ta được pt tích với nhân tử chung là $x+2, 2x-1 \dots$

Bài 116 : Giải hệ phương trình (HSG Vĩnh Phúc 2010)

$$\begin{cases} 2\sqrt{2x+y} = 3-2x-y \\ \sqrt[3]{x+6} + \sqrt{1-y} = 4 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) là pt bậc 2 với ẩn $\sqrt{2x+y}$

Bài 117 : Giải hệ phương trình (HSG Thanh Hóa 2010)

$$\begin{cases} 2y(x^2 - y^2) = 3x \\ x(x^2 + y^2) = 10y \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm \frac{15}{2\sqrt[4]{135}} \\ y = \pm \frac{\sqrt[4]{135}}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) chia pt (2) ta được pt đẳng cấp bậc 4 (hay pt trùng phương với ẩn là $\frac{x}{y}$)

Bài 118 : Giải hệ phương trình (HSG Quảng Nam 2010)

$$\begin{cases} x^2 + 2x = \frac{121}{9} - 27^{\frac{x}{9}} \\ x^2 + y^2 + xy - 3x - 4y + 4 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (2) coi như là pt bậc 2 ẩn $y \Rightarrow$ đk của x và kết hợp pt (1) $\Rightarrow x$

Bài 119 : Giải hệ phương trình (HSG Bình Phước 2010)

$$\begin{cases} y + xy^2 = -6x^2 \\ 1 + x^3y^3 = 19x^3 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (2) chia cho x^3 , pt (1) chia cho x^2 và đặt $u = x + \frac{1}{y}$; $v = \frac{x}{y}$

Bài 120 : Giải hệ phương trình (HSG Phú Thọ 2010)

$$\begin{cases} x^2 + 1 + y^2 + xy = y \\ x + y - 2 = \frac{y}{1+x^2} \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) chia cho y và đặt $u = \frac{x^2+1}{y}$; $v = x+y$

Bài 121 : Giải hệ phương trình (Chọn Đội Tuyển THPT Chuyên HN 2010)

$$\begin{cases} (2x^2 - 3x + 4)(2x^2 - 3x + 4) = 18 \\ x^2 + y^2 + xy - 7x - 6y + 14 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : Hệ vô nghiệm}$$

Hướng Dẫn: Coi pt (2) lần lượt là 2 pt bậc 2 với ẩn $x, y \Rightarrow$ đk của x, y sau đó kết hợp pt(1) đánh giá pt (1)

Bài 122 : Giải hệ phương trình (Chọn Đội Tuyển Chuyên LTV Đồng Nai 2010)

$$\begin{cases} 2(2x+1)^3 + 2x+1 = (2y-3)\sqrt{y-2} \\ \sqrt{4x+2} + \sqrt{2y+4} = 6 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 6 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt(1) có dạng $f(2x+1) = f(\sqrt{y-2})$ với $f(t) = 2t^3 + t \Rightarrow 2x+1 = \sqrt{y-2}$

Bài 123 : Giải hệ phương trình (Chọn HSG Hưng Yên 2010)

$$\begin{cases} x^4 + x^3y + 9y = y^3x + x^2y^2 + 9x \\ x(y^3 - x^3) = 7 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt(1) là pt tích với nhân tử chung là $x-y$ sau đó rút y từ pt (2) thế vào pt sau khi biến đổi và chứng minh pt đó có nghiệm duy nhất $x = 1$

Bài 124 : Giải hệ phương trình (Chọn HSG Đắc Lăk 2010)

$$\begin{cases} 2y^3 + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} - y \\ y = 2x^2 - 1 + 2xy\sqrt{1+x} \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \cos \frac{3\pi}{10} \\ y = \sqrt{2}\sin \frac{3\pi}{20} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt(1) đặt $u = \sqrt{1-x}$, pt (1) có dạng $f(y)=f(u)$, với $f(t)=2t^3+t \Rightarrow y=u \Rightarrow y = \sqrt{1-x}$ thay vào pt (2) và giải pt này bằng cách đặt $x = \cos t$; t thuộc $[0; \pi]$

Bài 125 : Giải hệ phương trình (HSG Yên Bái 2010)

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 35 \\ 2x^2 + 3y^2 = 4x - 9y \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi pt (2) về phải xuất hiện số 35 và thay vào vế phải pt (1) làm xuất hiện hằng đẳng thức bậc 3 dạng $A^3 = B^3$

Bài 126 : Giải hệ phương trình (HSG Quảng Ninh 2010)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = 2(x^2 + y^2) \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{2y} = y^2 - x^2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{2} \\ y = \frac{\sqrt[3]{3} - 1}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Lấy pt (1) \pm pt (2) ta được hpt mới, tiếp tục pt (1) \pm pt (2) của hệ mới ta được hằng đẳng thức bậc 3

Bài 127 : Giải hệ phương trình (HSG Nghệ An 2010)

$$\begin{cases} y^3 + y = x^3 + 3x + 4x + 2 \\ \sqrt{1-x^2} - \sqrt{y} = \sqrt{2-y} - 1 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt (1) có dạng $f(y)=f(x+1)$ với $f(t) = t^3+t \Rightarrow y=x+1$

Bài 128 : Giải hệ phương trình (Dự bị HSG Nghệ An 2010)

$$\begin{cases} x^3 + 8y^3 - 4xy^2 = 1 \\ 2x^4 + 8y^4 - 2x - y = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $t = 2y$ và thế $(t+1)^3$ từ pt (1) vào pt (2) và sau đó sử dụng cách giải của pt đồng bậc

Bài 129 : Giải hệ phương trình (HSG Đồng Tháp 2010)

$$\begin{cases} e^{y^2-x^2} = \frac{x^2+1}{y^2+1} \\ 3\log_2(x+2y+6) = 2\log_2(x+y+2) + 1 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 4 \\ y = -4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt có dạng $f(x^2) = f(y^2)$ với $f(t) = e^t(1+t)$

Bài 130 : Giải hệ phương trình (**Chọn HSG Quảng Nam 2010**)

$$\begin{cases} y^4 - 4x + 2^{xy-2x+4} = 5 \\ 2^x + x^3 = y^3 + 2^y \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt có dạng $f(x) = f(y)$ với $f(t) = t^3 + 2^t$

Bài 131 : Giải hệ phương trình (**Chọn HSG TP HCM 2010**)

$$\begin{cases} x^{11} + xy^{10} = y^{22} + y^{12} \\ 7y^4 + 13x + 8 = 2y^4 \sqrt[3]{x(3x^2 + 3y^2 - 1)} \end{cases} \quad \text{ĐS : Hệ vô nghiệm}$$

Hướng Dẫn: Pt có dạng $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(y)$ với $f(t) = t^{11} + t$

Bài 132 : Giải hệ phương trình (**Chọn HSG Nghệ An 2010**)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{1}{5} \\ 4x^2 + 3x - \frac{57}{25} = -y(3x + 1) \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{11}{25} \\ y = \frac{2}{25} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thay $\frac{10}{25}$ ở pt (1) vào pt (2) và đặt $u = 2x - y$; $v = 2x + y$

Bài 133 : Giải hệ phương trình (**Chọn HSG Chuyên Hà Nội 2010**)

$$\begin{cases} x^4 - 2y = y^4 - y \\ (x^2 - y^2)^3 = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{2} \\ y = \frac{\sqrt[3]{3} - 1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{2}{\sqrt[3]{3}} \\ y = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $a = x + y$; $b = x - y$; $c = 3 \Rightarrow (ab = c \text{ do pt (2)}) \Rightarrow \text{pt (1) là pt tích nhân tử chung là } a^3 - c^3$

Bài 134 : Giải hệ phương trình (**THTT 2010**)

$$\begin{cases} \sqrt{2x} + 2\sqrt{6-y} - y^2 = 2\sqrt{2} \\ \sqrt[4]{2x} + 2\sqrt{6-x} + 2\sqrt{2}y = 8 + \sqrt{2} \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cộng pt (1) với pt (2) ta được pt mới sau đó đánh giá hai căn cùng bậc bằng BĐT bunyakovsky $\sqrt{t} \leq 6 + 3\sqrt{2}$, $\sqrt{p} \geq 6 + 3\sqrt{2}$

Bài 135 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0 \\ 2x^2 - 4x + 3 + y^3 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Tìm miền giá trị của y từ pt (1) và pt (2) $\Rightarrow y = -1$

Bài 136 : Giải hệ phương trình (**HSG QG 2007**)

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{12}{y + 3x}\right)\sqrt{x} = 2 \\ \left(1 + \frac{12}{y + 3x}\right)\sqrt{y} = 6 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 4 + 2\sqrt{3} \\ y = 12 + 6\sqrt{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Xét đk sau đó chia hai vế của hpt \sqrt{x} và \sqrt{y} , Cộng chừ hai vế sau khi chia ta được hệ mới, lấy pt(1) nhân với pt (2) đưa về pt đẳng cấp với ẩn x, y

Bài 137 : Giải hệ phương trình (HSG QG 2010)

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 240 \\ x^3 - 2y^3 = 3(x^2 - 4y^2) - 4(x - 8y) \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \pm 4 \\ y = \pm 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : Nhân pt (2) với -8 rồi cộng với pt(1) ta đưa về hằng đẳng thức $A^4 = B^4$

Cách 2 : Đặt $y = 2t$ sau đó nhân chéo hpt và đặt $u = x + \frac{4}{x}$; $v = t + \frac{4}{t}$

rồi đưa về pt tích với nhân tử chung $u-v$

Bài 138 : Giải hệ phương trình (HSG QG 2004)

$$\begin{cases} x^3 + 3xy^2 = -49 \\ x^2 - 8xy + y^2 = 8y - 17x \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -1 \\ y = \pm 4 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : Nhân pt (2) với 3 rồi cộng với pt(1) ta đưa về pt tích có nhân tử chung là $x+1$

Cách 2 : Đặt $x+y = u$; $x-y = v \Rightarrow x, y$. Ta được hệ mới sau đó nhân pt(2) với 3 rồi cộng pt (1) ta được hằng đẳng thức bậc 3

Bài 139 : Giải hệ phương trình (THPT 2011)

$$\begin{cases} x^3 + 2y^2 = x^2y + 2xy \\ 2\sqrt{x^2 - 2y - 1} + \sqrt[3]{y^3 - 14} = x - 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{2} \\ y = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt(1) là pt tích có nhân tử chung là $x-y$

Bài 140 : Giải hệ phương trình (THPT 2011)

$$\begin{cases} 1 + xy + \sqrt{xy} = x \\ \frac{1}{x\sqrt{x}} + y\sqrt{y} = \frac{1}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{y} \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Quy đồng pt (2) sau đó đặt $t = \sqrt{xy}$ và thế x từ pt (1) vào pt (2) \Rightarrow pt bậc 3 ẩn t có ngay nghiệm $t=0$

Bài 141 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1 \\ (1-x)(1+y) = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Vì x, y thuộc $[-1; 1] \Rightarrow$ đặt $x = \cos u$; $y = \sin v$; u, v thuộc $[0; \pi]$

Chú ý : nếu có điều kiện $|x| \leq a$ thì ta đặt $x = a \cos u$; $u \in [0; \pi]$

Bài 142 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-y)(x^2 + xy + y^2 - 2) = 6 \ln\left(\frac{y + \sqrt{y^2 + 9}}{x + \sqrt{x^2 + 9}}\right) \\ x^3 - 2x + 1 = y^2 \end{cases}$$

$$\text{ĐS : } \begin{cases} x = 2\cos\frac{\pi}{7} \\ y = 2\cos\frac{\pi}{7} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2\cos\frac{2\pi}{7} \\ y = 2\cos\frac{2\pi}{7} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2\cos\frac{3\pi}{7} \\ y = 2\cos\frac{3\pi}{7} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi pt (1) về dạng $f(x)=f(y)$ với $f(t) = t^3 - 2t + 6\ln(t + \sqrt{t^2 + 9})$
 $\Rightarrow x = y$ sau đó đặt $x = 2\cos u$ để giải pt bậc 3; $u \in [0; \pi]$

Bài 143 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2-2) = 6\ln\left(\frac{y+\sqrt{y^2+9}}{x+\sqrt{x^2+9}}\right) \\ x^3-2x+1=y^2 \end{cases}$$

$$\text{ĐS : } \begin{cases} x = 2\cos\frac{\pi}{7} \\ y = 2\cos\frac{\pi}{7} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2\cos\frac{2\pi}{7} \\ y = 2\cos\frac{2\pi}{7} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2\cos\frac{3\pi}{7} \\ y = 2\cos\frac{3\pi}{7} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi pt (1) về dạng $f(x)=f(y)$ với $f(t) = t^3-2t+6\ln(t+\sqrt{t^2+9})$
 $\Rightarrow x=y$ sau đó đặt $x = 2\cos u$ để giải pt bậc 3; $u \in [0; \pi]$

Bài 144 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2\log_7(2x+3y) = \log_3(2+2x+3y) \\ \ln(4x^2+x+1) + x^3+21 = 9y \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $t = \log_7(2x+3y)$ và biến đổi pt (1) về thành pt biến t và giải pt này $\Rightarrow t = 1$

Bài 145 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4+2x^3y+x^2y^2 = 2x+9 \\ x^2+2xy = 6x+6 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -4 \\ y = \frac{17}{4} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi VP pt(1) thành tổng bình phương sau đó rút xy từ pt(2) thế vào ta được nghiệm x

Bài 146: Giải hệ phương trình (Đề Thi Thử ĐH Huế 2011)

$$\begin{cases} 2^{3x} + 2^{4y+1} = 16 \\ 2^{2x+1} + 2^{6y} = 16 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Chia cả hai vế cho 8 sau đó đặt $u = 2^{x-1}$; $v = 2^{2y-1}$

Bài 147: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (2x^2-1)(2y^2-1) = \frac{7}{2}xy \\ x^2+y^2+xy-7x-6y+14 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Từ pt(2) ta đi tìm miền giá trị của x, y bằng cách coi pt (2) lần lượt là pt bậc 2 với ẩn là x và y . Sau đó dựa vào pt (1) $\Rightarrow x, y$

Bài 148: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x-y = \cos x - \cos y \\ x^2y-3y-18 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt(1) có dạng $f(x)=f(y)$; với $f(t) = t - \cos t \Rightarrow x=y$

Bài 149: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{7+x} + \sqrt{11-y} = 6 \\ \sqrt{7+y} + \sqrt{11-x} = 6 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : : lấy pt (1)+pt(2) sau đó dùng bất đẳng thức bunyakovsky đánh giá về trái ≤ 12

Cách 2 : lấy pt (1)-(2) và trục căn thức làm xuất hiện nhân tử chung

 $x-y$ **Bài 150:** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2-y} = \sqrt{2} \\ \sqrt{y} + \sqrt{2-x} = \sqrt{2} \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : : lấy pt (1)-pt(2) sau đó xét hàm số $f(t) = \sqrt{t} - \sqrt{2-t}$

Cách 2 : lấy pt (1)-(2) và trục căn thức làm xuất hiện nhân tử chung

 $x-y$ **Bài 151:** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: :Pt (1) là pt tích với nhân tử chung $x+y$

Bài 152: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: :Pt (1) là pt tích với nhân tử chung $x+y$

Bài 153: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y - \sqrt{xy} = 0 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{4y-1} = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: :Pt (1) là pt bậc 2 với ẩn là $\sqrt{\frac{x}{y}}$

Bài 154: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2y + y + xy^2 + x = 18xy \\ x^4y^2 + y^2 + x^2y^4 + x^2 = 208x^2y^2 \end{cases}$$

$$\text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3} \\ y = 7 \pm 4\sqrt{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 - \sqrt{3} \\ y = 7 \pm 4\sqrt{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 7 + 4\sqrt{3} \\ y = 2 \pm \sqrt{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 7 - 4\sqrt{3} \\ y = 2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Chia pt (1) cho xy ; pt (2) cho x^2y^2 ta được hpt đối xứng loại 1

Bài 155: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0 \\ 2x^2 - 4x + 3 + y^3 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Tìm miền giá trị của y từ hai pt của hệ $\Rightarrow y = -1$

Bài 156:Giải hệ phương trình (THTT 2010)

$$\begin{cases} 2x + 2y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{3x+1} + \sqrt{3y+1} = 4 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Nhân pt (1) với 2, pt (2) với 4 rồi lấy pt (1) – pt (2) ta được tổng các đại lượng không âm : $A^2 + B^2 + C^2 = 0$

Bài 157:Giải hệ phương trình (THTT 2010)

$$\begin{cases} \sqrt{xy} + \sqrt{1-y} = \sqrt{y} \\ 2\sqrt{xy-y} - \sqrt{y} = -1 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Lấy đk và từ pt (1) ta đánh giá $\Rightarrow y = 1$

Bài 158:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 4 = 0 \\ xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = x + \frac{1}{x}$; $v = y + \frac{1}{y} \Rightarrow$ hệ đối xứng loại 1 với ẩn u, v

Bài 159:Giải hệ phương trình (Lớp 10 năm 2010 chuyên Quảng Trị)

$$\begin{cases} 4x^3 + 3xy^2 = 7y \\ y^3 + 6x^2y = 7 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Từ pt (1) và pt (2) $\Rightarrow x, y > 0$. Lấy pt (1) – pt(2) và kết hợp với pt(2) ta được hệ mới, sau đó biện luận $y > 1, y < 1$ đều vô lí $\Rightarrow y = 1 \dots$

Bài 160:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4xy^2 - 2y + 3x^2 = 0 \\ y^2 + x^2y + 20 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{-2}{\sqrt[3]{3}} \\ y = -2\sqrt[3]{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Từ pt (1) chuyển $3x^2$ sang vế phải và pt (2) chuyển y^2 sang vế phải sau đó pt (1) chia x^2 , pt (2) chia cho y^2 và lấy pt (1) nhân pt (2) ta được pt bậc hai với ẩn

Bài 161:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ 8y^2 + x^2 = 12 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thế số 12 ở pt (2) vào pt (1) sau đó chia cho y^3 ta được pt bậc 3 với ẩn $\frac{x}{y}$

Bài 162:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thế số 1 ở pt (1) vào vế phải pt (2) ta được pt đẳng cấp

Bài 163: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = \frac{1}{\sqrt{x}}$; $v = \frac{1}{\sqrt{y}} \Rightarrow$ hệ mới với ẩn u, v và bình phương hai vế của hệ mới (cả hai pt) ta được hệ đối xứng loại 2 với ẩn u, v

Bài 164: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y^3 + y^2x + 3x - 6y = 0 \\ x^2 + xy = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \sqrt{\frac{3}{2}} \\ y = \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ y = -\sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thế $x + y$ ở pt (2) vào pt (1) ta được pt đẳng cấp

Bài 165: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy + 2 = 3x + y \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) có nhân tử chung là $x-1$

Bài 166: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 - xy^2 = 1 \\ 4x^4 + y^4 = 4x + y \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3}{\sqrt[3]{25}} \\ y = \frac{3}{\sqrt[3]{25}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Thế số 1 ở pt (1) vào vế phải của pt (2) (cách giải pt đồng bậc) ta được pt có nhân tử chung xy

Bài 167: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^3 + 3x^2y = 5 \\ y^3 + 6xy^2 = 7 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{5 \mp \sqrt{105}}{8} \\ y = \frac{7 \pm \sqrt{105}}{4} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Nhân pt (1) với 4 rồi cộng pt (2) ta được hằng đẳng thức $A^3 = 27$

Bài 168: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \\ \sqrt{x^2 + y^2 + 1} - \sqrt{x^2 - y^2} = 3 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $\begin{cases} u = x+y \\ v = x-y \end{cases}$ sau đó bình phương pt (1) và thế $u + v$ ở pt (1) vào pt

(2) ta được pt bậc 2 với ẩn \sqrt{uv}

Bài 169: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^2 = 2 \\ x^2 + xy + y^2 - y = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : Hệ vô nghiệm}$$

Hướng Dẫn: Từ pt (2) ta tìm miền giá trị của x, y bằng cách coi pt (2) lần lượt là pt bậc 2 ẩn x, y sau đó đánh giá pt (1)

Bài 170:Giải hệ phương trình (HSG ĐỒNG THÁP)

$$\begin{cases} 27x^3y^3 + 125 = 9y^3 \\ 45x^2y + 75x = 6y^2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{2}{3}v \\ y = 5 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Cách 1 : Từ pt (2) nhân hai vế với $\frac{3}{2}y$ sau đó lấy pt (1) – pt(2) ta được pt bậc 3 với ẩn là xy

Cách 2:pt (1) chia cho y^3 ; pt (2) chia cho y^2 sau đó đặt $u = 3x$; $v = \frac{5}{y}$ và đưa về hệ đối xứng loại 1

Bài 171:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 2 \\ x^3 - 2x^2 + 2x = y^2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Nhóm pt (2) vt nhân tử chung là $x-1$ và biện luận $x > 1$ và $0 < x < 1$; $x=0$; $x < 0$ đều vô lí $\Rightarrow x=1$

Bài 172:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 11 \\ y^2 - 2xy = 5 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Rút x từ pt (2) và thay vào pt (1) ta được pt trùng phương ẩn y

Bài 173:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+5} = \sqrt{y-1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{y-5} \\ x + y + x^2 + y^2 = 80 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{-7 \pm 5\sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{5 \pm 5\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biện luận pt (1) với $x < y - 6$; $x > y - 6 \Rightarrow$ mâu thuẫn $\Rightarrow x = y - 6$ thỏa mãn pt (1)

Bài 174:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + x + y = 0 \\ x^4 - 4x^2y + 3x^2 + y^2 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Chia pt (1) cho x ; pt (2) cho x^2 sau đó đưa về pt bậc hai với ẩn là $x + \frac{y}{x}$

Bài 175:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 4 \\ x^2 + y^2 = 128 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 8 \\ y = 8 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 8 \\ y = -8 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đặt $u = \sqrt{x+y}$; $v = \sqrt{x-y}$

Bài 176:Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (1+x)(1+x^2)(1+x^4) = 1+y^7 \\ (1+y)(1+y^2)(1+y^4) = 1+x^7 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biện luận $x < -1$; $x > 0$; $-1 < x < 0$

Bài 177: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 2y^2 - 4y + 3 = 0 \\ x^2 + x^2y^2 - 2y = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Tìm miền giá trị của x từ hai pt trên rồi suy ra $x = -1$

Bài 178: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3 - (y+1)^2 = \sqrt{x-y} \\ x + 8y = \sqrt{x-y-9} \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 8 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Tìm miền giá trị của $x-y$ từ hai pt trên rồi suy ra $x-y = 9$

Bài 179: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3(2+3y) = 8 \\ x(y^3-2) = 6 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt (1) chia cho x^3 ; pt (2) chia cho x sau đó lấy pt (1) + pt (2) ta được pt dạng $f(y) = f(\frac{2}{x})$

Bài 180: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + \sqrt{y^2 - x^2} = 12 - y \\ x\sqrt{y^2 - x^2} = 12 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = 5 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \pm 4 \\ y = 5 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Bình phương pt (1) sau đó thế pt (2) vào ta $\Rightarrow y = 5$

Bài 181: Giải hệ phương trình (THTT 407/2011)

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2+xy+y^2}{3}} = x+y \\ x\sqrt{2xy+5x+3} = 4xy-5x-3 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Bình phương pt (1) sau đó đưa về phương trình đẳng cấp và suy ra $x = y$, kết hợp pt (2) suy ra y/c bài toán

Bài 182: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(x^3 + 2x - y - 1) = x^2(y + 1) \\ y^3 + 4x + 1 + \ln(y^2 + 2x) = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) là pt tích với nhân tử chung là $x^2 + 2$

Bài 183 : Giải hệ phương trình (HSG QG 1994)

$$\begin{cases} x^3 + 3x - 3 + \ln(x^2 - x + 1) = y \\ y^3 + 3y - 3 + \ln(y^2 - y + 1) = z \\ z^3 + 3z - 3 + \ln(z^2 - z + 1) = x \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Làm mẫu :

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t^3 + 3t - 3 + \ln(t^2 - t + 1) \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 + \frac{2t-1}{t^2-t+1} > 0 \quad \forall t$$

$$\Rightarrow f(t) \text{ là hàm số đồng biến. Vậy hpt viết lại } \begin{cases} f(x) = y \\ f(y) = z \\ f(z) = x \end{cases}$$

$$\text{Giả sử } x = \min(x, y, z) \text{ khi đó : } x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y) \Rightarrow y \leq z \Rightarrow f(y) \leq f(z) \Rightarrow z \leq x$$

lên suy ra : $x \leq y \leq z \leq x \Rightarrow x = y = z$

Với $x=y=z$ ta có pt : $x^3 + 3x - 3 + \ln(x^2 - x + 1) = x$ (1)

$$\Leftrightarrow x^3 + 2x + \ln(x^2 - x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow p(x) = 0$$

Vì $p(x)$ là hàm số đồng biến và $p(1) = 0 \Rightarrow$ pt (1) có nghiệm duy nhất

$$\text{Vậy : hpt có nghiệm duy nhất } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Chú ý : – Ta cũng có thể mở rộng bài toán dạng hoán vị vòng quanh trên cho n biến

$$\text{– Dạng sau } \begin{cases} f(x) = g(y) \\ f(y) = g(z) \\ f(z) = g(x) \end{cases} \text{ f là hàm số tăng, g là hàm số giảm ta cũng dựa}$$

vào tính đồng biến và nghịch biến $\Rightarrow x = y = z$

– Đa phần hpt hoán vị vòng quanh ta có thể giải được dựa vào tính đồng biến và nghịch biến của hàm số

Bài 184 : Giải hệ phương trình (HSG QG 1994)

$$\begin{cases} (x-1)^2 = 2y \\ (y-1)^2 = 2z \\ (z-1)^2 = 2x \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \pm \sqrt{3} \\ y = 2 \pm \sqrt{3} \\ z = 2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: \Rightarrow đk của x, y, z và xét hàm số $f(t) = \frac{1}{2}(t-1)^2 \Rightarrow f(t)$ đồng biến,

nghịch biến. lúc đó ta chia làm hai trường hợp và làm như **Bài 140**

Bài 185 : Giải hệ phương trình (HSG QG 2005-2006 Bảng A)

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 6} \cdot \log_3(6-y) = x \\ \sqrt{y^2 - 2y + 6} \cdot \log_3(6-z) = y \\ \sqrt{z^2 - 2z + 6} \cdot \log_3(6-x) = z \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi hpt về dạng hoán vị vòng quanh và xét hàm số

$f(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 - 2t + 6}}$; $g(t) = \log_3(6-t)$ và làm như **Bài 140**

Bài 186 : Giải hệ phương trình (Đề thi Đề nghị 30/4 Đồng Tháp 2008)

$$\begin{cases} x - 3z - 3z^2x + z^3 = 0 \\ y - 3x - 3x^2y + x^3 = 0 \\ z - 3y - 3y^2z + y^3 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{k\pi}{26} \\ y = \frac{3k\pi}{26} \\ z = \frac{9k\pi}{26} \end{cases} (k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots; \pm 12)$$

Hướng Dẫn: Biến đổi hpt về dạng hoán vị vòng quanh và đặt $x = \tan \alpha$;

$$\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

Bài 187 : Giải hệ phương trình (**Đề thi Đề nghị 30/4 Bình Phước 2008**)

$$\begin{cases} ax - by + \frac{1}{xy} = c \\ bx - cz + \frac{1}{xz} = a \\ cx - az + \frac{1}{yz} = b \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \pm \frac{b}{\sqrt{abc}} \\ y = \pm \frac{a}{\sqrt{abc}} \\ z = \pm \frac{c}{\sqrt{abc}} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Lập ngược lại bài toán coi a, b, c là ẩn và giải hệ tìm được a, b, c theo x, y, z

Bài 188: Giải hệ phương trình (**ĐỀ CHỌN VMO 2009**)

$$\begin{cases} x(y+z) = x^2 + 2 \\ y(z+x) = y^2 + 3 \\ z(x+y) = z^2 + 4 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \pm \frac{2\sqrt{15}}{3} \\ y = \pm \frac{3\sqrt{15}}{5} \\ z = \pm \frac{4\sqrt{15}}{15} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi và đặt $z = \frac{a+b}{2}, y = \frac{a+c}{2}, x = \frac{b+c}{2}$ đưa về hệ hoán vị vòng quanh dạng tích

Bài 189: Giải hệ phương trình (**ĐHSP HN KHỎI CHUYÊN 2004**)

$$\begin{cases} 2x^{2004} = y^6 + z^6 \\ 2y^{2004} = z^6 + x^6 \\ 2z^{2004} = x^6 + y^6 \\ x, y, z > 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: $g/s \ 0 < x \leq y \leq z \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ z \leq 1 \end{cases}$ mâu thuẫn

Bài 190: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2xy = x + y + 1 \\ 2yz = y + z + 7 \\ 2xz = z + x + 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) nhóm lại $(2x-1)(2y-1)=3$ tương tự nhóm pt (2) và (3) ta được hệ hoán vị vòng quanh .sau đó lấy pt (1) nhân pt (2) nhân pt (3)

Bài 191: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + xy + y = 1 \\ y + yz + z = 3 \\ z + zx + x = 7 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \\ z = -5 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Pt (1) nhóm lại $(y+1)(x+1)=2$ tương tự nhóm pt (2) và (3) ta được hệ hoán vị vòng quanh .sau đó lấy pt (1) nhân pt (2) nhân pt (3)

Bài 192: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + x^2y = y \\ 2y + y^2z = z \\ 2z + z^2x = x \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \tan \alpha \\ y = \tan 2\alpha (\alpha = 0; \pm \frac{\pi}{7}; \pm \frac{2\pi}{7}; \pm \frac{3\pi}{7}) \\ z = \tan 4\alpha \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi về hpt hoán vị vòng quanh và đặt $x = \tan \alpha$; $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$

Bài 193: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - 3x = y(3x^2 - 1) \\ y^3 - 3y = z(3y^2 - 1) \\ z^3 - 3z = x(3z^2 - 1) \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \tan \alpha \\ y = \tan 3\alpha (\alpha = \frac{k\pi}{26}; k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots; \pm 12) \\ z = \tan 9\alpha \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biến đổi về hpt hoán vị vòng quanh và đặt $x = \tan \alpha$; $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ và

$$\alpha \neq \frac{\pi}{6}$$

Bài 194: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (2-x)(3x-2z) = 3-z \\ y^3 + 3y^2 = x^2 - 3x + 2 \\ y^2 + z^2 = 6z \\ z \leq 3 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \\ z = 3 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Từ pt(1) và pt (3) ta suy ra miền giá trị của z; từ đó $\Rightarrow z$

Bài 195: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4z^2 + 12 = 0 \\ y^2 - 4yz + x^2 - 12 = 0 \\ 16z^2 - 8xz + 4y^2 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Từ pt(1) + pt (2) + pt (3) ta được $A^2 + B^2 + C^2 = 0$

Bài 196 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 = y + 1 \\ y^2 = z + 1 \\ z^2 = x + 1 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ z = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ z = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Xét 2 Th $x > y > z$ hoặc $x > z > y \Rightarrow x = y = z$

Bài 197: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^3 + 2y^2 + 3y + 3 = 0 \\ 2y^3 + 2z^2 + 3z + 3 = 0 \\ 2z^3 + 2x^2 + 3x + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Đưa về hpt hoán vị vòng quanh và xét hàm số $f(t) = \frac{-1}{2} \sqrt[3]{2t^2 + 3t + 3}$ sau đó biện luận dẫn đến $x = y = z$

Bài 198: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 1 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: pt(1) mũ 3 lên và trừ pt (3) đưa về pt tích

Bài 199 : Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x = \sqrt{1 + \frac{y+1}{x}} \\ y = \sqrt{1 + \frac{z+1}{y}} \\ z = \sqrt{1 + \frac{x+1}{z}} \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ z = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Bình phương và đưa về hệ hoán vị vòng quanh sau đó xét hàm $f(t) = t^3 - t - 1$ (bài 140)

Bài 200 : Giải hệ phương trình (THTT)

$$\begin{cases} y^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0 \\ z^3 - 6y^2 + 12y - 8 = 0 \\ x^3 - 6z^2 + 12z - 8 = 0 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: $\Rightarrow x, y, z \geq \sqrt[3]{2}$ chuyển về và khai căn bậc 3 hai vế rồi đưa về hệ hoán vị vòng quanh sau đó xét hàm số $f(t) = \sqrt[3]{6t^2 - 12t + 8}$ (bài 140)

Bài 201 : Giải hệ phương trình (THTT T2/285)

$$\begin{cases} x^5 - x^4 + 2x^2y = 2 \\ y^5 - y^4 + 2y^2z = 2 \\ z^5 - z^4 + 2z^2x = 2 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Biện luận pt(1) với $x > 1 \Rightarrow y < 1$ tiếp tục biện luận với pt(2), pt(3) $\Rightarrow x < 1$ dẫn đến mâu thuẫn

Bài 202 : Giải hệ phương trình (HSG QG 2004 Bảng B)

$$\begin{cases} x^3 + x(y-z)^2 = 2 \\ y^3 + y(z-x)^2 = 30 \\ z^3 + z(x-y)^2 = 16 \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Kết hợp pt (1) và pt (3) ; pt (2) và pt(3) $\Rightarrow y = 2z - x$ sau đó thay vào hai pt ta được hệ phương trình đẳng cấp

Bài 203 : Giải hệ phương trình (HSG QG 2006 Bảng B)

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 + 2x - 5 = y \\ y^3 + 3y^2 + 2y - 5 = z \\ z^3 + 3z^2 + 2z - 5 = x \end{cases} \quad \text{ĐS : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Hướng Dẫn: Giả sử $x = \max(x, y, z)$ và xét trường hợp $x \geq y \geq z$ và kết hợp với pt trong hệ $\Rightarrow z \geq 1$; $x \leq 1$ dẫn đến mâu thuẫn với gt ; tương tự $x \geq z \geq y$