Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH ***(7 điểm)***

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}\quad (C)$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y=-x+m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt A,B sao cho $OA^2+OB^2=18$

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình: $\cos x+\dfrac{1}{16\sin^3 x}=\sin x.\cos^2 2x$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+2xy+y=0 \\ x^3+3xy+2\sqrt{y+1}\left(x+\sqrt{x^2y+2}\right)=4 \end{cases}\quad (x,y\in\mathbb{R})$

Câu III (1 điểm) Tính tích phân: $I=\displaystyle\int_1^e \frac{2-x+(x-1)\ln x-\ln^2 x}{(1+x\ln x)^2}dx$.

Câu IV (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành với $AB=a, AD=2a$, $\widehat{BAD}=60^0$. Cạnh $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AM, AN, BP lần lượt vuông góc với BC, DC, SC tương ứng $(M\in BC, N\in DC, P\in SC)$. Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng NP, AC theo a.

Câu V (1 điểm) Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $a\left(b^2+c^2\right)=b+c$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{(1+a)^2}+\dfrac{1}{(1+b)^2}+\dfrac{1}{(1+c)^2}+\dfrac{4}{(1+a)(1+b)(1+c)}$.

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần***

1.Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-5;-2), B(-3;-4)$. Biết diện tích tam giác ABC bằng 8 và bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $2\sqrt{5}$. Tìm tọa độ điểm C có hoành độ dương.

2. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;1;1)$, song song với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z}{1}$ và cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 2.

Câu VII.a (1 điểm) Tìm các số phức $z_1, z_2\ (z_1, z_2\neq 0)$. Biết $z_1+\dfrac{1}{z_2}=1+2i$ và $z_2+\dfrac{1}{z_1}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$.

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng 25. Trọng tâm G nằm trên đường thẳng $(\Delta): 3x-6y-10=0$. Biết $A(6;-2), B(-2;4)$, tìm tọa độ điểm C.

2. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;-1;-2)$, cắt đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ và cắt mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$ tại hai điểm A,B sao cho $AB=8$.

Câu VII.b (1 điểm) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-z_2|=|z_2|$ và $|z_1+z_2|=\sqrt{3}|z_1|$, $(z_1, z_2\neq 0)$. Tính $A=\left(z_1^4+z_2^4\right)\left(\dfrac{1}{z_1}+\dfrac{1}{z_2}\right)^4$.

---------- **Hết** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC SỐ 12 CỦA BOXMATH.VN
Môn: Toán

Câu I

Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}\ \ (C)$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y=-x+m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $OA^2+OB^2=18$

Câu II.1

Giải phương trình: $\cos x+\frac{1}{16\sin^3 x}=\sin x.\cos^2 2x$

Điều kiện $x\neq k\pi$

Phương trình tương đương với

$$\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{1}{16\sin^4 x}=\cos^2 2x$$
$$\Leftrightarrow 4\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{1}{4\sin^4 x}=4-4\sin^2 2x$$
$$\Leftrightarrow 4\sin^2 2x+4\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{1}{4\sin^4 x}=4$$
$$\Leftrightarrow 4\sin^2 2x+4\frac{\sin 2x}{2\sin^2 x}+\frac{1}{\left(2\sin^2 x\right)^2}=4$$
$$\Leftrightarrow \left(2\sin 2x+\frac{1}{2\sin^2 x}\right)^2=4$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\sin 2x+\frac{1}{2\sin^2 x}=2\\ 2\sin 2x+\frac{1}{2\sin^2 x}=-2\end{array}\right.$$

- Với $2\sin 2x+\frac{1}{2\sin^2 x}=2\Leftrightarrow 2\sin 2x+\frac{1}{1-\cos 2x}=2$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x\left(1-\cos 2x\right)+1=2\left(1-\cos 2x\right)$$
$$\Leftrightarrow 2\left(\sin 2x+\cos 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x-1=0$$

Đặt $t=\sin 2x+\cos 2x\Rightarrow t^2=1+2\sin 2x\cos 2x$. Khi đó

$$2t-t^2+1-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=0(n)\\ t=2(l)\end{array}\right.$$

Suy ra: $\sin 2x+\cos 2x=0\Leftrightarrow \tan 2x=-1\Leftrightarrow 2x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}$

- Với $2\sin 2x+\frac{1}{2\sin^2 x}=-2\Leftrightarrow 2\sin 2x+\frac{1}{1-\cos 2x}=-2$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x\left(1-\cos 2x\right)+1=-2\left(1-\cos 2x\right)$$
$$\Leftrightarrow 2\left(\sin 2x-\cos 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x+3=0$$

Đặt $t=\sin 2x-\cos 2x\Rightarrow t^2=1-2\sin 2x\cos 2x$. Khi đó

$$2t+t^2-1+3=0\Leftrightarrow t^2+2t+2=0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $\boxed{x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}}$

Câu II.2

$$\begin{cases} x^2+2xy+y=0 & (1)\\ x^3+3xy+2\sqrt{y+1}\left(x+\sqrt{x^2y+2}\right)=4 & (2)\end{cases}$$

Điều kiện: $\begin{cases} y\ge -1\\ x^2y\ge -2\end{cases}$

Phương trình (2) tương đương với:

$$x^3+xy-x^2-y+2x\sqrt{y+1}+2\sqrt{x^2y+2}.\sqrt{y+1}=4$$

$$\Leftrightarrow -2x^2y-x^2-y+2x\sqrt{y+1}+2\sqrt{x^2y+2}.\sqrt{y+1}=4$$

$$\Leftrightarrow 2x^2y+x^2+y-2x\sqrt{y+1}-2\sqrt{x^2y+2}.\sqrt{y+1}+4=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2y+x^2-2x\sqrt{y+1}+1\right)+\left(x^2y+2-2\sqrt{x^2y+2}.\sqrt{y+1}+y+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x\sqrt{y+1}-1\right)^2+\left(\sqrt{x^2y+2}-\sqrt{y+1}\right)^2=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{y+1}=1 & (3)\\ \sqrt{x^2y+2}=\sqrt{y+1} & (4)\end{cases}$$

Như vậy nghiệm của hệ phương trình phải thỏa mãn (1), (3) và (4). Tới đây ta có 2 cách tìm nghiệm:

Cách 1: Giải hệ (1), (3) và kiểm tra (4).

Ta có: $(3)\Leftrightarrow \begin{cases} x>0\\ x^2(y+1)=1\end{cases} \Rightarrow y=\dfrac{1}{x^2}-1$, thay vào phương trình (1) ta được:

$$x^2+(2x+1)\left(\frac{1}{x^2}-1\right)=0\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{x}-1\right)^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow y=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\,(l)\end{array}\right.$$

Thay trực tiếp $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}, y=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ vào (4) ta thấy nghiệm này được thỏa mãn.

Cách 2: Giải hệ (1), (4) và kiểm tra (3).

-Ta có: $(4)\Leftrightarrow x^2y+2=y+1\Rightarrow \dfrac{1}{y}=1-x^2$, thay vào phương trình (1) ta được:

$$x^2\left(1-x^2\right)+2x+1=0\Leftrightarrow \left(x^2-x+1\right)\left(x^2+x+1\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\Rightarrow y=\frac{1\mp\sqrt{5}}{2}$$

Thay trực tiếp $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}, y=\dfrac{1\mp\sqrt{5}}{2}$ vào (3) ta thấy chỉ nghiệm $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}, y=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ được thỏa mãn

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\boxed{x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}, y=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}}$

Câu III

Tính tích phân: $I=\displaystyle\int_1^e \frac{2-x+(x-1)\ln x-\ln^2 x}{(1+x\ln x)^2}dx$.

Ta có: $I=\displaystyle\int_1^e \frac{2(1-x)+x+(x-1)\ln x-\ln^2 x}{(1+x\ln x)^2}dx=\int_1^e \frac{(x-\ln x)(1+\ln x)}{(1+x\ln x)^2}dx+2\int_1^e \frac{1-x}{(1+x\ln x)^2}dx$

- Tính $J=\displaystyle\int_1^e \frac{(x-\ln x)(1+\ln x)}{(1+x\ln x)^2}dx$

Đặt $\begin{cases} u = x - \ln x \\ dv = \dfrac{1+\ln x}{(1+x\ln x)^2}dx \end{cases}$. Ta có $\begin{cases} du = \left(1-\dfrac{1}{x}\right)dx \\ v = -\dfrac{1}{1+x\ln x} \end{cases}$

$$J = -\frac{x-\ln x}{1+x\ln x}\Bigg|_1^e + \int_1^e \frac{x-1}{x(1+x\ln x)}dx = \frac{2}{e+1} + \int_1^e \frac{x-1}{x(1+x\ln x)}dx$$

Ta có:

$$\int_1^e \frac{x-1}{x(1+x\ln x)}dx = \int_1^e \frac{1+\ln x}{1+x\ln x} - \frac{1}{x}dx = \ln\left(\frac{1+x\ln x}{x}\right)\Bigg|_1^e = \ln\left(\frac{1+e}{e}\right)$$

$$\Rightarrow J = \frac{2}{e+1} + \ln\left(\frac{1+e}{e}\right)$$

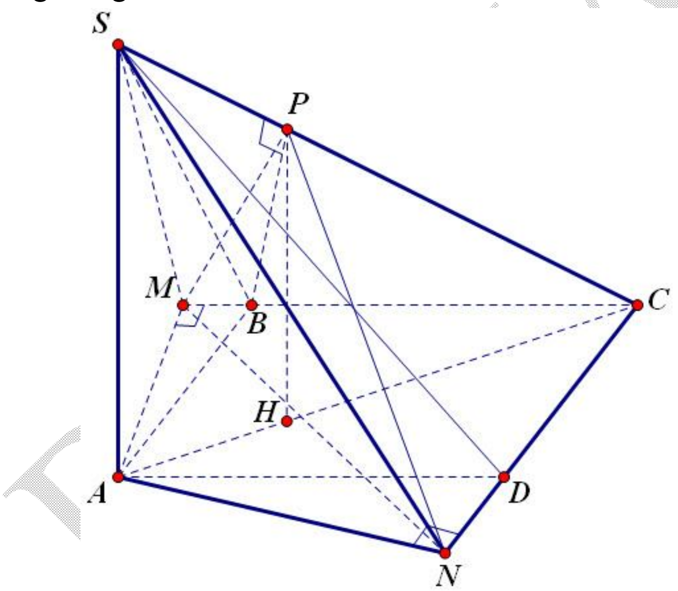
- Tính $K = \int_1^e \dfrac{1-x}{(1+x\ln x)^2}dx$

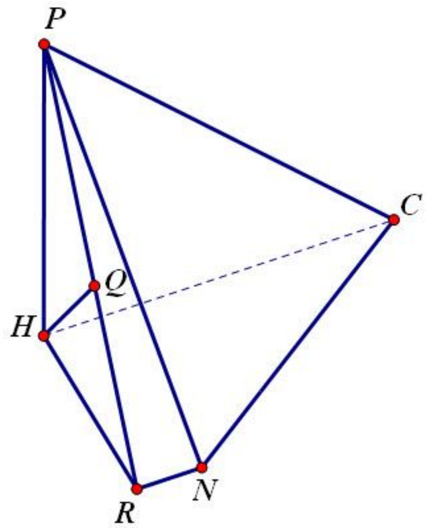
Ta có:

$$K = \int_1^e \frac{(1+x\ln x) - x(1+\ln x)}{(1+x\ln x)^2}dx = \int_1^e \frac{(1+x\ln x)x' - x(1+x\ln x)'}{(1+x\ln x)^2}dx = \int_1^e d\left(\frac{x}{1+x\ln x}\right) = \frac{x}{1+x\ln x}\Bigg|_1^e = \frac{-1}{1+e}$$

Vậy $\boxed{I = K + 2J = \ln\left(\dfrac{1+e}{e}\right)}$

Câu IV Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành với $AB = a, AD = 2a, \widehat{BAD} = 60^0$. Cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AM, AN, BP lần lượt vuông góc với BC, DC, SC tương ứng $(M \in BC, N \in DC, P \in SC)$. Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng PN, AC theo a.





- Tính V_{AMNP}

Trong mặt phẳng (SAC) dựng $PH // SA$, $(H \in AC) \Rightarrow PH \perp (ABCD)$

$$\widehat{MAB} = \widehat{NAD} = 30^0 \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AN = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{AMN} = \frac{1}{2}AM.AN.\sin 120^0 = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$$

$$SM = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow S_{SBC} = \frac{1}{2}SM.BC = \frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{7}}{2}.2a = \frac{a^2\sqrt{7}}{2}$$

$AC = \sqrt{a^2 + 4a^2 - 2.a.2a.\cos 120^0} = a\sqrt{7} \Rightarrow SC = \sqrt{a^2 + 7a^2} = 2a\sqrt{2}$

$\Rightarrow BP = \dfrac{2S_{SBC}}{SC} = \dfrac{a^2\sqrt{7}}{2a\sqrt{2}} = \dfrac{a\sqrt{14}}{4} \Rightarrow PC = \dfrac{5a\sqrt{2}}{4}$

$PH // SA \Rightarrow \dfrac{PH}{SA} = \dfrac{PC}{SC} \Rightarrow \dfrac{PH}{a} = \dfrac{\frac{5a\sqrt{2}}{4}}{2a\sqrt{2}} = \dfrac{5}{8} \Rightarrow PH = \dfrac{5a}{8}$

Vậy $V_{AMNP} = \dfrac{1}{3}.PH.S_{AMN} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{5a}{8}.\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{8} = \dfrac{5a^3\sqrt{3}}{64}$

- Tính $d(PN, AC)$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, vẽ đường thẳng qua N song song với AC và đường thẳng qua H vuông góc với AC, hai đường thẳng này cắt nhau tại R. Dựng $HQ \perp PR, (Q \in PR)$

$AC // (PNR) \Rightarrow d(PN, AC) = d(AC, (PNR)) = d(H, (PNR))$

Mà $NR \perp HR; NR \perp PH \Rightarrow NR \perp (PHR) \Rightarrow NR \perp HQ \Rightarrow HQ \perp (PNR) \Rightarrow HQ = d(H, (PNR))$

Ta có: $S_{ANC} = \dfrac{1}{2}AN.NC = \dfrac{1}{2}a\sqrt{3}.2a = a^2\sqrt{3}$

$AC = \sqrt{a^2 + 4a^2 - 2.a.2a.\cos 120^0} = a\sqrt{7} \Rightarrow HR = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{a\sqrt{7}} = \dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{HQ^2} = \dfrac{1}{HR^2} + \dfrac{1}{HP^2} = \dfrac{943}{300a^2} \Rightarrow HQ = \dfrac{10a\sqrt{2829}}{943}$

Vậy $d(PN, AC) = \dfrac{10a\sqrt{2829}}{943}$

Câu V Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a(b^2 + c^2) = b + c$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{(1+a)^2} + \frac{1}{(1+b)^2} + \frac{1}{(1+c)^2} + \frac{4}{(1+a)(1+b)(1+c)}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô- Si ta có:

$$P \geq \frac{1}{(1+a)^2} + \frac{2}{(1+b)(1+c)} + \frac{4}{(1+a)(1+b)(1+c)}$$

Từ điều kiện ta suy ra:

$$a(b+c)^2 \leq 2a(b^2 + c^2) = 2(b+c) \Leftrightarrow b + c \leq \frac{2}{a}$$

Cũng theo bất đẳng thức Cô- Si, ta lại có:

$$(1+b)(1+c) \leq \frac{1}{4}(2+b+c)^2 \leq \frac{1}{4}\left(2 + \frac{2}{a}\right)^2 = \frac{(1+a)^2}{a^2}$$

Do đó:

$$P \geq \frac{2a^2+1}{(1+a)^2} + \frac{4a^2}{(1+a)^3} = \frac{2a^3 + 6a^2 + a + 1}{(a+1)^3}$$

Xét hàm số $f(a) = \dfrac{2a^3 + 6a^2 + a + 1}{(a+1)^3}$, với $a > 0$

Ta có: $f'(a) = \dfrac{2(5a-1)}{(a+1)^4} = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{5}$

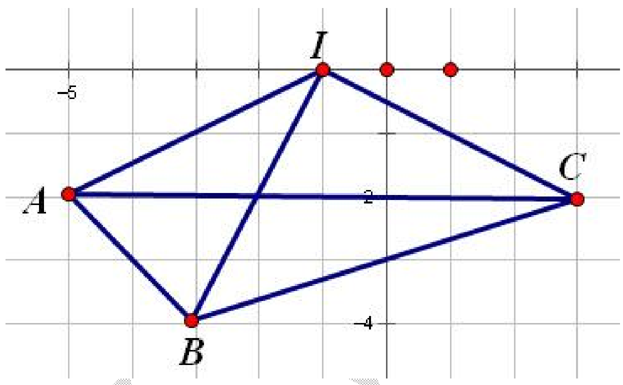
Lập bảng biến thiên ta thấy $P \geq f(a) \geq f\left(\dfrac{1}{5}\right) = \dfrac{91}{108}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\dfrac{91}{108}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=\dfrac{1}{5};b=c=5$.

Câu VI.a

1. Trong mặt phẳng *Oxy*, cho tam giác ABC có $A(-5;-2),B(-3;-4)$. Biết diện tích tam giác ABC bằng 8 và bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $2\sqrt{5}$. Tìm tọa độ điểm C có hoành độ dương.



Từ giả thuyết ta có: $AB=2\sqrt{2}$ và $(AB): x+y+7=0$

$$\Rightarrow d\left[C,(AB)\right]=\frac{2S_{\Delta ABC}}{AB}=4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{|x_C+y_C+7|}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_C+y_C=1 \\ x_C+y_C=-15\end{array}\right.$$

Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}(x+5)^2+(y+2)^2=20 \\ (x+3)^2+(y+4)^2=20\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=-7 \\ y=-6\end{cases}\vee\begin{cases}x=-1 \\ y=0\end{cases}$$

- Với $I(-7;-6)$, ta có: $IC=2\sqrt{5}\Leftrightarrow (x_C+7)^2+(y_C+6)^2=20$
  - Kết hợp với $x_C+y_C=1$ ta được phương trình vô nghiệm
  - Kết hợp với $x_C+y_C=-15$ ta được $C(-11;-4),C(-5;-10)$ (loại)

- Với $I(-1;0)$, ta có: $IC=2\sqrt{5}\Leftrightarrow (x_C+1)^2+(y_C+0)^2=20$
  - Kết hợp với $x_C+y_C=1$ ta được $C(-3;4)$ (loại), $C(3;-2)$ (nhận)
  - Kết hợp với $x_C+y_C=-15$ ta được phương trình vô nghiệm

Vậy $C(3;-2)$

Câu VI.a

2. Trong không gian *Oxyz*, lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;1;1)$, song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z}{1}$ và cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 2.

Câu VII.a Tìm các số phức z_1,z_2. Biết $z_1+\dfrac{1}{z_2}=1+2i$ và $z_2+\dfrac{1}{z_1}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$.

Ta có: $\left(z_1+\dfrac{1}{z_2}\right)\left(z_2+\dfrac{1}{z_1}\right)=(1+2i)\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i\right)\Leftrightarrow z_1z_2+\dfrac{1}{z_1z_2}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i$

Đặt $z=z_1z_2$. Ta có phương trình $z^2-\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i\right)z+1=0$

$$\Delta=\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i\right)^2-4=\frac{-8-6i}{4}=\left(\frac{1-3i}{2}\right)^2\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\frac{1-3i}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l} z_1z_2=1-i \\ z_1z_2=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i\end{array}\right.$$

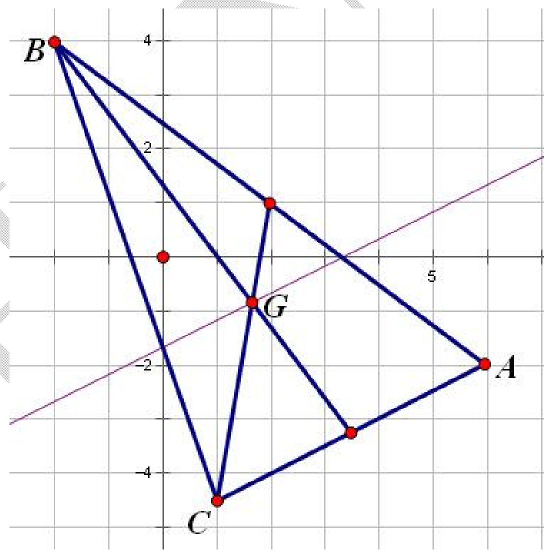
- Với $z_1z_2=1-i$ ta suy ra $\begin{cases}\dfrac{2-i}{z_2}=1+2i \\ \dfrac{2-i}{z_1}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z_2=-i \\ z_1=1+i\end{cases}$

- Với $z_1z_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ ta suy ra $\begin{cases}\dfrac{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i}{z_2}=1+2i\\ \dfrac{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i}{z_1}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z_2=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\\ z_1=i\end{cases}$

Vậy $\begin{cases}z_2=-i\\ z_1=1+i\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}z_2=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\\ z_1=i\end{cases}$.

Câu VI.b

1. Trong mặt phẳng *Oxy*, cho tam giác ABC có diện tích bằng 25. Trọng tâm G nằm trên đường thẳng $(\Delta):3x-6y-10=0$. Biết $A(6;-2),B(-2;4)$, tìm tọa độ điểm C.



Ta có: $AB=\sqrt{(-2-6)^2+(4+2)^2}=10$

$S_{\Delta GAB}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}=\frac{25}{3}$

$S_{\Delta GAB}=\frac{1}{2}d\left[G,(AB)\right].AB$

$\Rightarrow d\left[G,(AB)\right]=\frac{2S_{\Delta GAB}}{AB}=\frac{5}{3}$

Phương trình đường thẳng AB đi qua điểm $B(-2;4)$ có $\vec{a}_{AB}=\overrightarrow{AB}=(-8;6)\Rightarrow\vec{n}_{AB}=(3;4)$

$\Rightarrow(AB):3(x+2)+4(y-4)=0$ hay $3x+4y-10=0$

Phương trình tham số đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=4+2t\\ y=\frac{1}{3}+t\end{cases}$

Ta có: $G\in(\Delta)\Rightarrow G\left(4+2t;\frac{1}{3}+t\right)$

$$d\left[G,(AB)\right]=\frac{5}{3}\Leftrightarrow\frac{\left|3(4+2t)+4\left(\frac{1}{3}+t\right)-10\right|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{5}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{2}\\ t=-\frac{7}{6}\end{array}\right.$$

- Với $t=\frac{1}{2}\Rightarrow G\left(5;\frac{5}{6}\right)$. Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I(2;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{IC}=3\overrightarrow{IG}=\left(9;-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow C\left(11;\frac{1}{2}\right)$

- Với $t=-\frac{7}{6}\Rightarrow G\left(\frac{5}{3};-\frac{5}{6}\right)$. Ta có: $\overrightarrow{IC}=3\overrightarrow{IG}=\left(-1;-\frac{11}{2}\right)\Rightarrow C\left(1;-\frac{9}{2}\right)$

Vậy $C\left(11;\frac{1}{2}\right)$ hoặc $C\left(1;-\frac{9}{2}\right)$.

Câu VI.b

2. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;-1;-2)$, cắt đường thẳng d có phương trình $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{1}$ và cắt mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$ tại hai điểm A,B sao cho $AB=8$.

Đường thẳng d đi qua $N(2;1;1)$ có $\vec{a}_d=(-1;-2;1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=5$

Vậy $\Delta:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-1+2t\\z=-2+t\end{cases}$ hoặc $\Delta:\begin{cases}x=-1+6t\\y=-1+2t\\z=-2+9t\end{cases}$

Câu VII.b Cho các số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-z_2|=|z_2|$ và $|z_1+z_2|=\sqrt{3}|z_1|$, $(z_1,z_2\neq 0)$. Tính $A=\left(z_1^4+z_2^4\right)\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)^4$.

Ta có: $\begin{cases}\left|\frac{z_1}{z_2}-1\right|=1\\\left|\frac{z_1}{z_2}+1\right|=\sqrt{3}\left|\frac{z_1}{z_2}\right|\end{cases}$

Đặt $\omega=\frac{z_1}{z_2}=x+yi$, ta có: $\begin{cases}|\omega-1|=1\\|\omega+1|=\sqrt{3}|\omega|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2+y^2=1\\(x+1)^2+y^2=3\left(x^2+y^2\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$

- Với $x=\frac{1}{2},y=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\omega=\frac{z_1}{z_2}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\Rightarrow\frac{1}{\omega}=\frac{z_2}{z_1}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$$A=\left(\frac{z_1}{z_2}+1\right)^4+\left(\frac{z_2}{z_1}+1\right)^4=\left(\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^4+\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^4=\left[\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\right]^4+\left[\sqrt{3}\left(\cos\frac{-\pi}{6}+i\sin\frac{-\pi}{6}\right)\right]^4$$

$$=9\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)+9\left(\cos\frac{-2\pi}{3}+i\sin\frac{-2\pi}{3}\right)=-9$$

- Với $x=\frac{1}{2},y=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, tương tự ta cũng có $A=-9$

Vậy $A=-9$