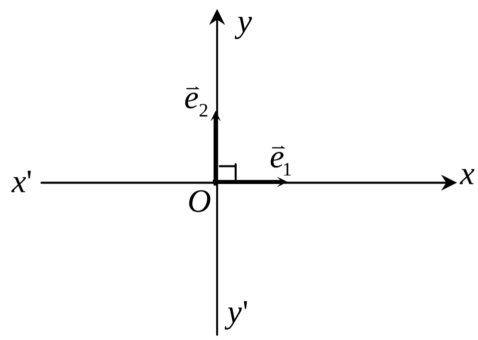
<u>Chuyên đề 14</u>: HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG MẶT PHẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:

PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG
TỌA ĐỘ ĐIỂM - TỌA ĐỘ VÉC TƠ

I. **<u>Hệ trục toạ độ ĐỀ-CÁC trong mặt phẳng</u>** :

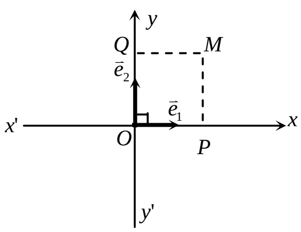


- $x'Ox$: trục hoành
- $y'Oy$: trục tung
- O : gốc toạ độ
- $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$: véc tơ đơn vị ($|\overrightarrow{e_1}| = |\overrightarrow{e_2}| = 1$ và $\overrightarrow{e_1} \perp \overrightarrow{e_2}$)

<u>Quy ước</u> : Mặt phẳng mà trên đó có chọn hệ trục toạ độ Đề-Các vuông góc Oxy được gọi là mặt phẳng Oxy và ký hiệu là : mp(Oxy)

II. <u>Toạ độ của một điểm và của một véc tơ</u>:

1. <u>Định nghĩa 1</u>: Cho $M \in mp(Oxy)$. Khi đó véc tơ $\overrightarrow{OM}$ được biểu diễn một cách duy nhất theo $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$ bởi hệ thức có dạng : $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_1} + y\overrightarrow{e_2}$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

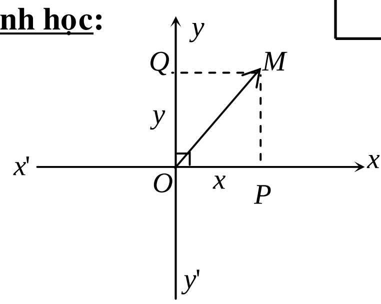


Cặp số (x;y) trong hệ thức trên được gọi là toạ độ của điểm M.

<u>Ký hiệu</u>: M(x;y) (x: hoành độ của điểm M; y: tung độ của điểm M)

$$M(x;y) \overset{đ/n}{\Leftrightarrow} \overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_1} + y\overrightarrow{e_2}$$

- **<u>Ý nghĩa hình học</u>**:

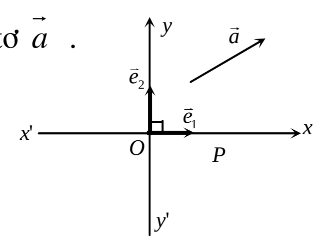


$$x = \overline{OP} \quad \text{và} \quad y = \overline{OQ}$$

2. <u>Định nghĩa 2</u>: Cho $\vec{a} \in mp(Oxy)$. Khi đó véc tơ $\vec{a}$ được biểu diễn một cách duy nhất theo $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$ bởi hệ thức có dạng : $\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2}$ với $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$.

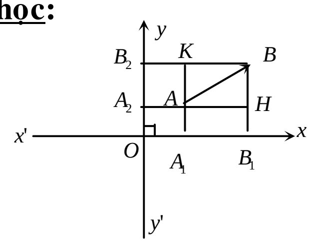
Cặp số (a_1;a_2) trong hệ thức trên được gọi là toạ độ của véc tơ $\vec{a}$.

<u>Ký hiệu</u>: $\vec{a} = (a_1; a_2)$



$$\vec{a} = (a_1; a_2) \overset{đ/n}{\Leftrightarrow} \vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2}$$

- **<u>Ý nghĩa hình học</u>**:



$$a_1 = \overline{A_1B_1} \quad \text{và} \quad a_2 = \overline{A_2B_2}$$

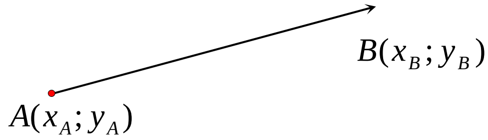
BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Trong mặt phẳng Oxy hãy vẽ các điểm sau: A(2;3), B(-1;4), C(-3;-3), D(4;-2), E(2;0), F(0;-4)

III. Các công thức và định lý về toạ độ điểm và toạ độ véc tơ :

☞**Định lý 1:** Nếu $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$ thì

$$\boxed{\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)}$$



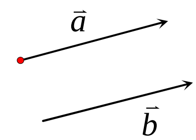
☞**Định lý 2:** Nếu $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$ thì

$$* \quad \vec{a}=\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1=b_1 \\ a_2=b_2 \end{cases}$$

$$* \quad \vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1;a_2+b_2)$$

$$* \quad \vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1;a_2-b_2)$$

$$* \quad k.\vec{a}=(ka_1;ka_2) \qquad (k\in\mathbb{R})$$



BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Cho A(1;3), B(-2;-1), C(3;-4). Tìm toạ độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

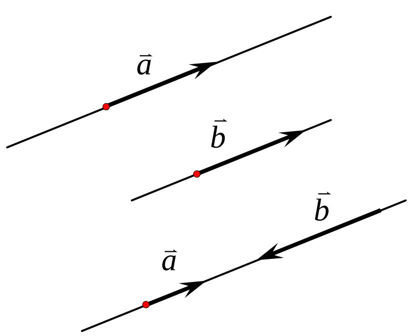
Bài 2: Cho A(1;2), B(2;3), C(-1;-2). Tìm điểm M thoả mãn $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{CB}=\vec{0}$

IV. Sự cùng phương của hai véc tơ:

Nhắc lại

- Hai véc tơ cùng phương là hai véc tơ nằm trên cùng một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song .
- **Định lý về sự cùng phương của hai véc tơ:**

☞ **Định lý 3 :** Cho hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ với $\vec{b}\neq\vec{0}$



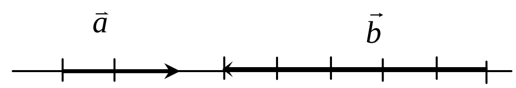
$$\boxed{\vec{a} \text{ cùng phương } \vec{b} \Leftrightarrow \exists! k\in\mathbb{R} \text{ sao cho } \vec{a}=k.\vec{b}}$$

Nếu $\vec{a}\neq\vec{0}$ thì số k trong trường hợp này được xác định như sau:

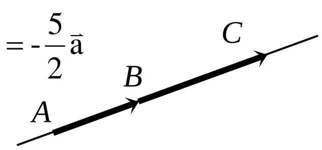
k > 0 khi $\vec{a}$ cùng hướng $\vec{b}$

k < 0 khi $\vec{a}$ ngược hướng $\vec{b}$

$$|k|=\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$$



$\vec{a}=-\frac{2}{5}\vec{b}$, $\vec{b}=-\frac{5}{2}\vec{a}$



☞ **Định lý 4 :** $\boxed{A,B,C \text{ thẳng hàng } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \text{ cùng phương } \overrightarrow{AC}}$

(Điều kiện 3 điểm thẳng hàng)

☞ **Định lý 5:** Cho hai véc tơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$ ta có :

$\boxed{\vec{a} \text{ cùng phương } \vec{b} \Leftrightarrow a_1.b_2-a_2.b_1=0}$ (Điều kiện cùng phương của 2 véc tơ

$$\left|\begin{array}{l}\vec{a}=(a_1;a_2)\\ \vec{b}=(b_1;b_2)\end{array}\right. \qquad \text{VD}: \quad \left|\begin{array}{l}\vec{a}=(1;2)\\ \vec{b}=(2;4)\end{array}\right.$$

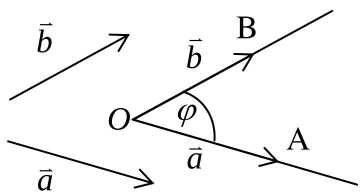
BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Cho $A(0;-1); B(2;3); C(\frac{1}{2};0)$. Chứng minh A, B, C thẳng hàng

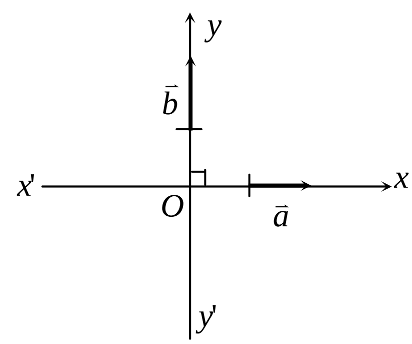
Bài 2: Cho A(1;1), $B(\sqrt{3}-2;\frac{1+\sqrt{3}}{4})$, $C(-2-\sqrt{3};\frac{1-\sqrt{3}}{4})$. Chứng minh A, B, C thẳng hàng

V. Tích vô hướng của hai véc tơ:

Nhắc lại:



$$\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})$$
$$\vec{a}^2=|\vec{a}|^2$$
$$\vec{a}\perp\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=0$$

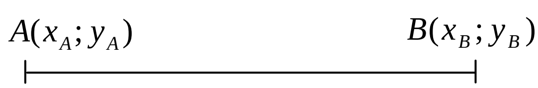


☞ **Định lý 6:** Cho hai véc tơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$ ta có :

$$\vec{a}.\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$$ (Công thức tính tích vô hướng theo tọa độ)

☞ **Định lý 7:** Cho hai véc tơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$ ta có :

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$$ (Công thức tính độ dài véc tơ)



☞ **Định lý 8:** Nếu $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$ thì

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$ (Công thức tính khoảng cách 2 điểm)

☞ **Định lý 9:** Cho hai véc tơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$ ta có :

$$\vec{a}\perp\vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$$ (Điều kiện vuông góc của 2 véc tơ)

☞ **Định lý 10:** Cho hai véc tơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$ ta có

$$\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{|\vec{a}.\vec{b}|}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$ (Công thức tính góc của 2 véc tơ)

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Chứng minh rằng tam giác với các đỉnh A(-3;-3), B(-1;3), C(11;-1) là tam giác vuông

Bài 2: Cho $A(2;3), B(8;6\sqrt{3}+3), C(2+4\sqrt{3};7)$. Tính góc BAC.

VI. Điểm chia đoạn thẳng theo tỷ số k:

Định nghĩa: Điểm M được gọi là chia đoạn AB theo tỷ số k ($k \neq 1$) nếu như : $\overrightarrow{MA} = k.\overrightarrow{MB}$

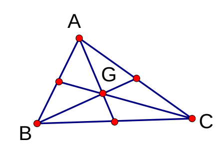
☞ **Định lý 11 :** Nếu $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ và $\overrightarrow{MA} = k.\overrightarrow{MB}$ ($k \neq 1$) thì

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A - k.x_B}{1-k} \\ y_M = \dfrac{y_A - k.y_B}{1-k} \end{cases}$$

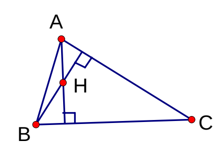
Đặc biệt : M là trung điểm của AB $\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

VII. Một số điều kiện xác định điểm trong tam giác :

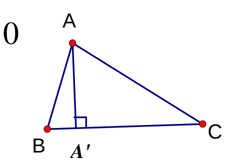
1. G là trọng tâm tam giác ABC $\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$



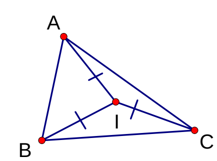
2. H là trực tâm tam giác ABC $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$



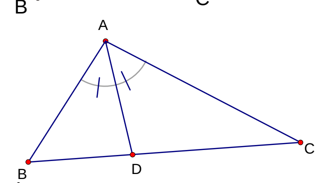
3. A' là chân đường cao kẻ từ A $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BA'} \text{ cùng phương } \overrightarrow{BC} \end{cases}$



4. I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC $\Leftrightarrow \begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \end{cases}$

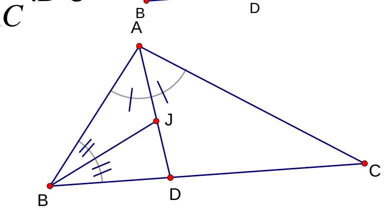


5. D là chân đường phân giác trong của góc A của ΔABC $\Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = -\dfrac{AB}{AC}.\overrightarrow{DC}$



6. D' là chân đường phân giác ngoài của góc A của ΔABC $\Leftrightarrow \overrightarrow{D'B} = \dfrac{AB}{AC}.\overrightarrow{D'C}$

7. J là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC $\Leftrightarrow \overrightarrow{JA} = -\dfrac{AB}{BD}.\overrightarrow{JD}$

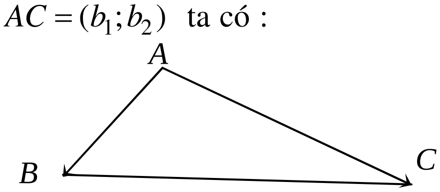


VIII. Một số kiến thức cơ bản thường sử dụng khác:

1. Công thức tính diện tích tam giác theo toạ độ ba đỉnh :

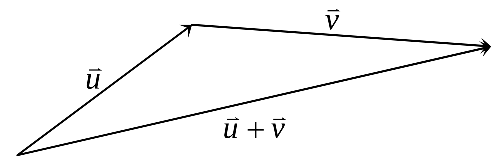
☞ **Định lý 12:** Cho tam giác ABC . Đặt $\overrightarrow{AB} = (a_1;a_2)$ và $\overrightarrow{AC} = (b_1;b_2)$ ta có :

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.|a_1b_2 - a_2b_1|$$



2. <u>Các bất đẳng thức véc tơ cơ bản</u> :

☞ **<u>Định lý 13</u>:** Với hai véc tơ $\vec{u},\vec{v}$ bất kỳ ta luôn có :



$$\boxed{\begin{array}{l} \left|\vec{u}+\vec{v}\right| \le \left|\vec{u}\right|+\left|\vec{v}\right| \\ \vec{u}.\vec{v} \le \left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right| \end{array}}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u},\vec{v}$ **là hai véc tơ cùng phương cùng chiều** hoặc là **có một trong hai véc tơ là véc tơ không .**

<u>BÀI TẬP ÁP DỤNG:</u>

<u>Bài 1</u>: Tìm diện tích tam giác có các đỉnh A(-2;-4), B(2;8), C(10;2)

<u>Bài 2</u>: Cho tam giác ABC có diện tích bằng 3 với A(3;1), B(1;-3)

1. Tìm C biết C trên Oy
2. Tìm C biết trọng tâm G của tam giác trên Oy

<u>Bài 3</u>: Cho A(1;1), B(-3;-2), C(0;1)

1. Tìm toạ độ trọng tâm G, trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC.
2. Chứng minh rằng G, H, I thẳng hàng và $\overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GI}$
3. Vẽ đường cao AA' của tam giác ABC. Tìm toạ độ điểm A'

<u>Bài 4</u>: Cho tam giác ABC biết A(6;4), B(-4;-1), C(2;-4).
Tìm toạ độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

<u>Bài 5</u>: Tìm toạ độ trực tâm của tam giác ABC, biết toạ độ các đỉnh $A(-1;2), B(5;7), C(4;-3)$

<u>Bài 6</u>: Cho ba điểm A(1;6), B(-4;-4), C(4;0)

1. Vẽ phân giác trong AD và phân giác ngoài AE. Tìm toạ độ D và E
2. Tìm toạ độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

<u>Bài 7</u>: Cho hai điểm A(0;2), $B(-\sqrt{3};-1)$. Tìm toạ độ trực tâm và toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB (TS A 2004)

<u>Bài 8:</u> Cho tam giác ABC có các đỉnh A(-1;0), B(4;0), C(0;m) với $m \neq 0$. Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC theo m. Xác định m để tam giác GAB vuông tại G. (TS D 2004).

-------------------Hết-------------------

ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

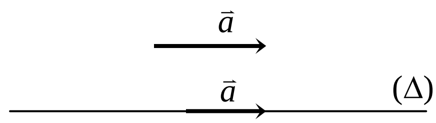
A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

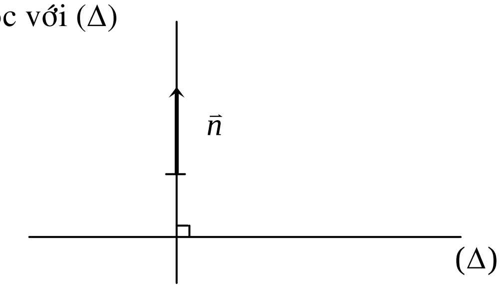
I. <u>Các định nghĩa về VTCP và PVT của đường thẳng</u>:

1. <u>VTCP của đường thẳng</u> :

$\vec{a}$ là VTCP của đường thẳng (Δ) $\overset{đn}{\Leftrightarrow} \begin{cases} \vec{a} \neq \vec{0} \\ \vec{a} \text{ có giá song song hoặc trùng với } (\Delta) \end{cases}$

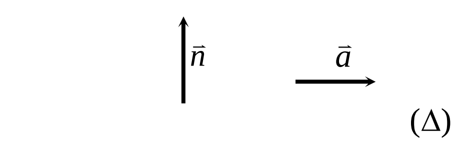
$\vec{n}$ là VTPT của đường thẳng (Δ) $\overset{đn}{\Leftrightarrow} \begin{cases} \vec{n} \neq \vec{0} \\ \vec{n} \text{ có giá vuông góc với } (\Delta) \end{cases}$





*** <u>Chú ý</u>:**

- Nếu đường thẳng (Δ) có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2)$ thì có VTPT là $\vec{n} = (-a_2; a_1)$
- Nếu đường thẳng (Δ) có VTPT $\vec{n} = (A; B)$ thì có VTCP là $\vec{a} = (-B; A)$



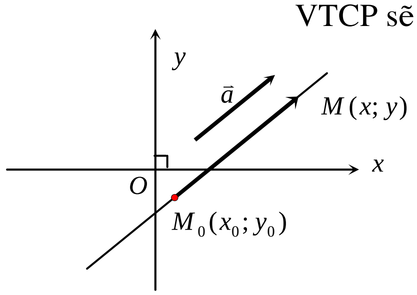
<u>BÀI TẬP ÁP DỤNG</u>:

Cho đường thẳng (Δ) đi qua hai điểm A(1;-2), B(-1;3). Tìm một VTCP và một VTPT của (Δ)

II. <u>Phương trình đường thẳng</u> :

1. <u>Phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng</u> :

a. <u>Định lý</u> : Trong mặt phẳng (Oxy). Đường thẳng (Δ) qua $M_0(x_0;y_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2)$ làm VTCP sẽ có :



☞ Phương trình tham số là : $(\Delta): \begin{cases} x = x_0 + t.a_1 \\ y = y_0 + t.a_2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

☞ Phương trình chính tắc là : $(\Delta): \dfrac{x - x_0}{a_1} = \dfrac{y - y_0}{a_2}$

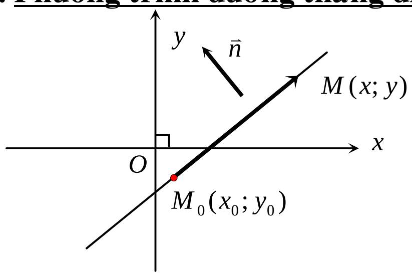
<u>BÀI TẬP ÁP DỤNG</u>:

<u>Bài 1:</u> Cho hai điểm A(-1;3), B(1;2). Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng qua A, B

<u>Bài 2</u>: Các điểm P(2;3); Q(4;-1); R(-3;5) là các trung điểm của các cạnh của một tam giác .Hãy lập phương trình chính tắc của các đường thẳng chứa các cạnh của tam giác đó.

2. Phương trình tổng quát của đường thẳng :

a. Phương trình đường thẳng đi qua một điểm $M_0(x_0;y_0)$ và có VTPT $\vec{n}=(A;B)$ là:



$$(\Delta): A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$$

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Cho tam giác ABC biết $A(-1;2), B(5;7), C(4;-3)$

1. Viết phương trình các đường cao của tam giác
2. Viết phương trình các đường trung trực của tam giác

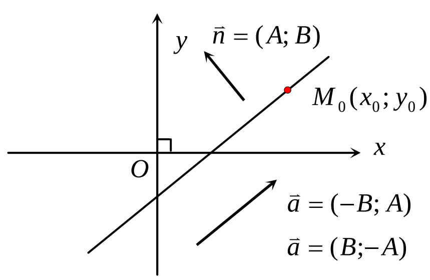
Bài 2: Cho tamgiác ABC với A(1;-1) ; B(-2;1); C(3;5).

a) Viết phương trình đường vuông góc kẻ từ A đến trung tuyến BK của tam giác ABC .

b) Tính diện tích tam giác ABK.

b. Phương trình tổng quát của đường thẳng :

Định lý :Trong mặt phẳng (Oxy). Phương trình đường thẳng (Δ) có dạng :



$$\text{Ax + By + C = 0} \quad \text{với } A^2+B^2 \neq 0$$

Chú ý:

Từ phương trình (Δ):Ax + By + C = 0 ta luôn suy ra được :

1. VTPT của (Δ) là $\vec{n}=(A;B)$
2. VTCP của (Δ) là $\vec{a}=(-B;A)$ hay $\vec{a}=(B;-A)$
3. $M_0(x_0;y_0)\in(\Delta) \Leftrightarrow Ax_0+By_0+C=0$

Mệnh đề (3) được hiểu là :

Điều kiện cần và đủ để một điểm nằm trên đường thẳng là tọa độ điểm đó nghiệm đúng phương trình của đường thẳng .

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Viết phương trình tham số của đường thẳng biết phương trình tổng quát của nó là $5x-2y+3=0$

Bài 2: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng qua M(-1;2) và song song $(\Delta): 2x-3y+4=0$

Bài 3: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng qua N(-1;2) và vuông góc $(\Delta): 2x-3y+4=0$

Bài 4: Cho hai điểm A(-1;2) và B3;4) . Tìm điểm C trên đường thẳng x-2y+1=0 sao cho tam giác ABC vuông ở C.

Bài 5: Cho A(1;1) ; B(-1;3) và đường thẳng d:x+y+4=0.

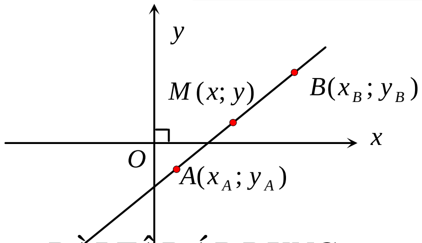
a) Tìm trên d điểm C cách đều hai điểm A, B.

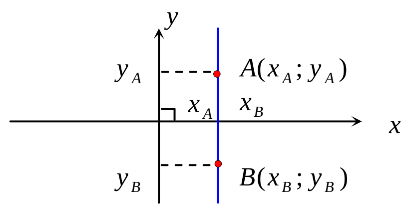
b) Với C tìm được . Tìm D sao cho ABCD là hình bình hành .Tính diện tích hình bình hành.

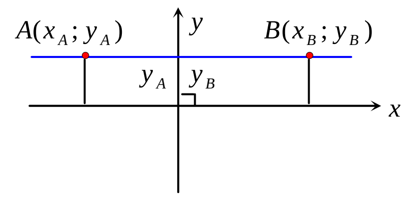
3. <u>Các dạng khác của phương trình đường thẳng</u> :

a. <u>Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A(x_A;y_A) và B(x_B;y_B)</u> :

$$(AB):\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A} \qquad (AB): x=x_A \qquad (AB): y=y_A$$





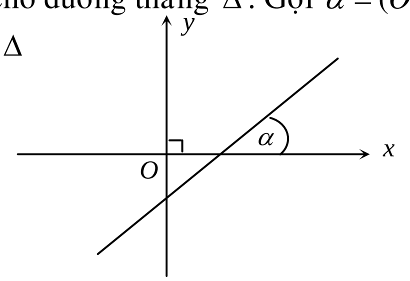


<u>BÀI TẬP ÁP DỤNG</u>:

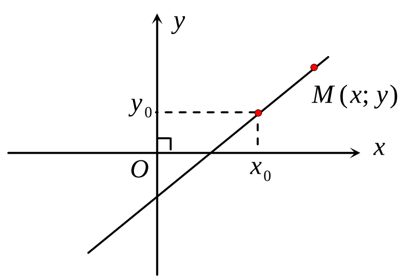
Cho tam giác ABC biết A(1;-1), B(-2;1), C1;5). Viết phương trình ba cạnh của tam giác

b. <u>Phương trình đường thẳng đi qua một điểm $M_0(x_0;y_0)$ và có hệ số góc k</u>:

<u>Định nghĩa</u>: Trong mp(Oxy) cho đường thẳng Δ. Gọi $\alpha=(Ox,\Delta)$ thì $k=tg\alpha$ được gọi là hệ số góc củađường thẳng Δ



<u>Định lý 1</u>: Phương trình đường thẳng Δ qua $M_0(x_0;y_0)$ có hệ số góc k là :



$$\boxed{y-y_0=k(x-x_0)} \qquad \textbf{(1)}$$

<u>Chú ý 1</u>: Phương trình (1) không có chứa phương trình của đường thẳng đi qua M_0 và vuông góc Ox nên khi sử dụng ta cần để ý xét thêm đường thẳng đi qua M_0 và vuông góc Ox là **$x = x_0$**

<u>Chú ý 2</u>: Nếu đường thẳng Δ có phương trình $y=ax+b$ thì hệ số góc của đường thẳng là $k=a$

<u>Định lý 2</u>: Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 ta có :

- $\Delta_1 // \Delta_2 \quad \Leftrightarrow \quad k_1=k_2$
- $\Delta_1 \perp \Delta_2 \quad \Leftrightarrow \quad k_1.k_2=-1$

<u>BÀI TẬP ÁP DỤNG</u>:

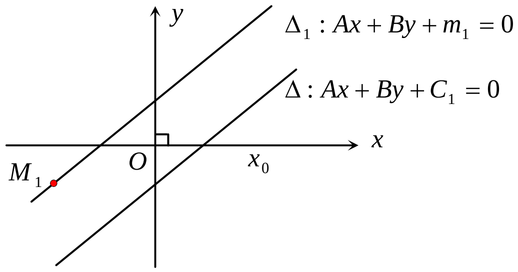
Viết phương trình đường thẳng qua A(-1;2) và vuông góc với đường thẳng $x-3y+4=0$

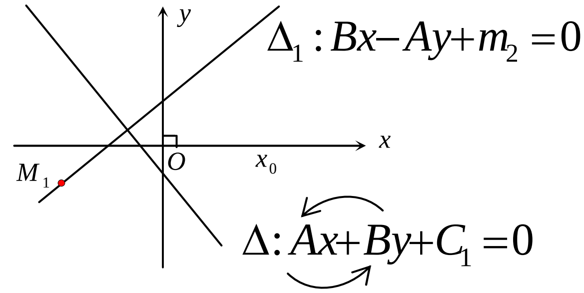
c. <u>Phương trình đt đi qua một điểm và song song hoặc vuông góc với một đt cho trước</u>:

i. Phương trình đường thẳng (Δ_1) //(Δ): Ax+By+C=0 có dạng: Ax+By+m_1=0

ii. Phương trình đường thẳng $(\Delta_1) \perp (\Delta)$: Ax+By+C=0 có dạng: Bx-Ay+m_2=0

Chú ý: $m_1;m_2$ được xác định bởi một điểm có tọa độ đã biết nằm trên $\Delta_1;\Delta_2$



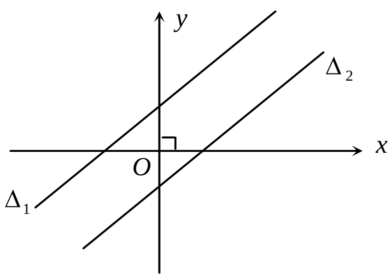


BÀI TẬP ÁP DỤNG:

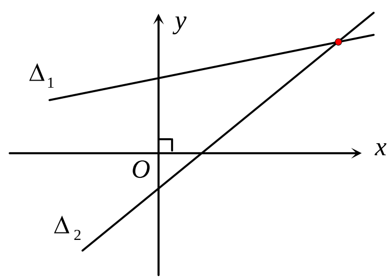
Bài 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng qua M(-1;2) và song song $(\Delta): 2x - 3y + 4 = 0$

Bài 2: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng qua N(-1;2) và vuông góc $(\Delta): 2x - 3y + 4 = 0$

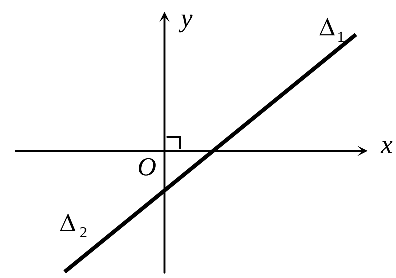
III. Vị trí tương đối của hai đường thẳng :



$\Delta_1 \,//\, \Delta_2$



Δ_1 cắt Δ_2



$\Delta_1 \equiv \Delta_2$

Trong mp(Oxy) cho hai đường thẳng : $\begin{array}{l}(\Delta_1): A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ (\Delta_2): A_2x + B_2y + C_2 = 0\end{array}$

Vị trí tương đối của (Δ_1) và (Δ_2) phụ thuộc vào số nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} A_1x + B_1y = -C_1 \\ A_2x + B_2y = -C_2 \end{cases} \quad (1)$$

Chú ý: Nghiệm duy nhất (x;y) của hệ (1) chính là tọa độ giao điểm M của (Δ_1) và (Δ_2)

Định lý 1:

i.	Hệ (1) vô nghiệm	$\Leftrightarrow (\Delta_1)//(\Delta_2)$
ii.	Hệ (1) có nghiệm duy nhất	$\Leftrightarrow (\Delta_1)$ cắt (Δ_2)
iii.	Hệ (1) có vô số nghiệm	$\Leftrightarrow (\Delta_1) \equiv (\Delta_2)$

Định lý 2: Nếu $A_2;B_2;C_2$ khác 0 thì

i.	(Δ_1) cắt (Δ_2)	$\Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} \neq \dfrac{B_1}{B_2}$
ii.	$(\Delta_1) \,//\, (\Delta_2)$	$\Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2}$
iii.	$(\Delta_1) \equiv (\Delta_2)$	$\Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Cho tam giác ABC có phương trình ba cạnh là
$$\begin{aligned}&(AB): 8x-3y+17=0\\&(AC): 3x-5y-13=0\\&(BC): 5x+2y-1=0\end{aligned}$$

Tìm toạ độ ba đỉnh A, B, C

Bài 2: Cho tamgiác ABC có đỉnh A(2;2) .Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC.Biết rằng các đường thẳng 9x-3y-4=0 và x+y-2=0 lần lượt là các đường cao của tam giác xuất phát từ B và C.

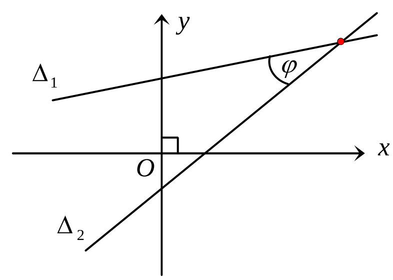
Bài 3: Tuỳ theo m, hãy biện luận vị trí tương đối của hai đường thẳng sau:
$$d_1: mx+y-m-1=0$$
$$d_2: x+my-2=0$$

IV. Góc giữa hai đường thẳng

Định lý : Trong mp(Oxy) cho hai đường thẳng : $\begin{aligned}&(\Delta_1): A_1x+B_1y+C_1=0\\&(\Delta_2): A_2x+B_2y+C_2=0\end{aligned}$

Gọi φ $(0^0 \le \varphi \le 90^0)$ là góc giữa (Δ_1) và (Δ_2) ta có :

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{|A_1A_2+B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2}}}$$



Hệ quả:
$$\boxed{(\Delta_1)\perp(\Delta_2) \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0}$$

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(0;1) và tạo với đường thẳng : x+2y+3=0 một góc bằng 45^0

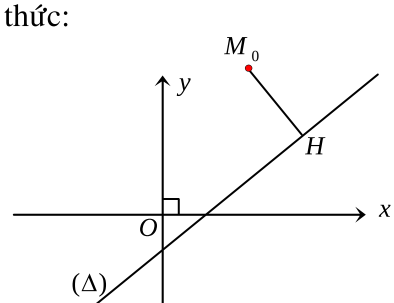
Bài 2: Lập phương trình các cạnh của hình vuông có đỉnh là (-4;5) và một đường chéo có phương trình 7x-y+8=0.

V. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng :

Định lý 1: Trong mp(Oxy) cho hai đường thẳng $(\Delta): Ax+By+C=0$ và điểm $M_0(x_0;y_0)$

Khoảng cách từ M_0 đến đường thẳng (Δ) được tính bởi công thức:

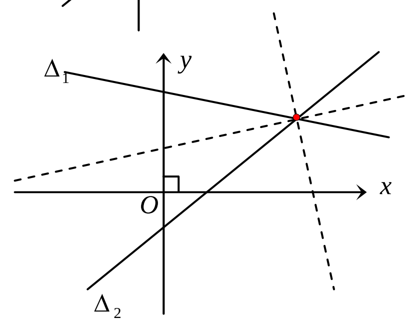
$$\boxed{d(M_0;\Delta) = \frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}}$$



Định lý 2: Trong mp(Oxy) cho hai đường thẳng : $\begin{aligned}&(\Delta_1): A_1x+B_1y+C_1=0\\&(\Delta_2): A_2x+B_2y+C_2=0\end{aligned}$

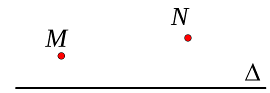
Phương trình phân giác của góc tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2) là :

$$\boxed{\frac{A_1x+B_1y+C_1}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}} = \pm\frac{A_2x+B_2y+C_2}{\sqrt{A_2^2+B_2^2}}}$$

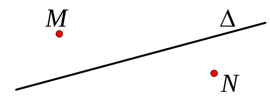


Định lý 3: Cho đường thẳng $(\Delta_1): Ax + By + C = 0$ và hai điểm $M(x_M;y_M)$, $N(x_N;y_N)$ không nằm trên (Δ). Khi đó:

- Hai điểm M , N nằm cùng phía đối với (Δ) khi và chỉ khi
$$(Ax_M + By_M + C)(Ax_N + By_N + C) > 0$$



- Hai điểm M , N nằm khác phía đối với (Δ) khi và chỉ khi
$$(Ax_M + By_M + C)(Ax_N + By_N + C) < 0$$



<u>BÀI TẬP ÁP DỤNG</u>:

<u>Bài 1:</u> Cho tam giác ABC biết A(1;-1) ; B(-2;1); C(3;5). Tính chiều cao kẻ từ A

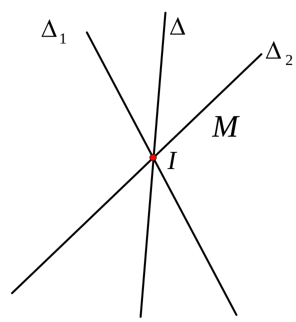
<u>Bài 2:</u> Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0 \,\&\, d_2: 2x + 4y - 7 = 0$. Viết phương trình đường phân giác của góc tạo bởi d_1 và d_2

<u>Bài 3:</u> Cho tam giác ABC với A(-6;-3); B-4;3), C9;2). Lập phương trình đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC.

<u>Bài 4</u>: Cho hai điểm P(2;5) và Q(5;1) .Lập pt đường thẳng qua P cách Q một đọan có độ dài bằng 3

<u>Bài 5</u>: Cho ba đường thẳng $(d_1): x + y + 3 = 0, (d_2): x - y - 4 = 0, (d_3): x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên đường thẳng (d_3) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng (d_1) bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng (d_2)

VI. <u>Chùm đường thẳng</u> :



1. <u>Định nghĩa</u>: Tập hợp các đường thẳng cùng đi qua một điểm I được gọi là một chùm đường thẳng .

- I gọi là đỉnh của chùm
- Một chùm đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết :
    i. Đỉnh của chùm
  hoặc ii. Hai đường thẳng của chùm

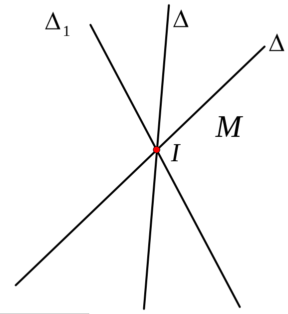
2. <u>Định lý</u>: Trong Mp(Oxy) cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau xác định bởi phương trình :

$$(\Delta_1): A_1x + B_1y + C_1 = 0$$
$$(\Delta_2): A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

Khi đó : Mỗi đường thẳng qua giao điểm của Δ_1, Δ_2 đều có phương trình dạng:

$$\boxed{(\Delta): \lambda(A_1x + B_1y + C_1) + \mu(A_2x + B_2y + C_2) = 0 \quad (\lambda^2 + \mu^2 \neq 0)}$$

Chú ý:



$\lambda = 0$ và $\mu \neq 0$ thì $\Delta \equiv \Delta_1$
$\lambda \neq 0$ và $\mu = 0$ thì $\Delta \equiv \Delta_2$

Đặc biệt :

Nếu $\lambda \neq 0$ và $\mu \neq 0$ thì $\Delta \neq \Delta_1$ và Δ_1 trong trường hợp này phương trình Δ có thể viết dưới dạng sau:

1. $m(A_1x + B_1y + C_1) + (A_2x + B_2y + C_2) = 0$

hoặc 2. $(A_1x + B_1y + C_1) + n(A_2x + B_2y + C_2) = 0$

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Viết phương trình đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng $3x - 5y + 2 = 0$ & $5x - 2y + 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $(d): 2x - y + 4 = 0$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1: Phương trình hai cạnh của tam giác trong mặt phẳng tọa độ là 5x-2y+6=0 và 4x+7y-21=0
Viết phương trình cạnh thứ ba của tam giác biết trực tâm của tam giác trùng với gốc tọa độ.

Bài 2: Cho tam giác ABC , cạnh BC có trung điểm M(0;4) còn hai cạnh kia có phương trình 2x+y-11=0 và x+4y-2=0.
a) Xác định đỉnh A.
b) Gọi C là điểm trên đường thẳng x+4y-2=0, N là trung điểm AC . Tìm điểm N rồi tính tọa độ B, C.

Bài 3: Cho tam giác ABC có M(-2;2) là trung điểm của BC , cạnh AB có phương trình x-2y-2=0, cạnh AC có phương trình : 2x+5y+3=0.Xác định tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC.

Bài 4: Cho tam giác ABC có đỉnh B(3;5) đường cao kẻ từ A có phương trình 2x-5y+3=0 và đường trung tuyến kẻ từ C có phương trình x+y-5=0 .
a) Tính tọa độ điểm A.
b) Viết phương trình của các cạnh của tam giác ABC.

Bài 5: Cho tam giác ABC có trọng tâm G(-2;-1) và có các cạnh AB:4x+y+15=0 và AC:2x+5y+3=0
a) Tìm tọa độ đỉnh A và tọa độ trung điểm M của BC .
b) Tìm tọa độ điểm B và viết phương trình đường thẳng BC.

Bài 6: Cho tam giác ABC có đỉnh A(-1;-3).
a) Biết đường cao BH: 5x+3y-25=0, đường cao CK: 3x+8y-12=0. Tìm tọa độ đỉnh B , C.
b) Biết đường trung trực của AB là 3x+2y-4=0 và trọng tâm G(4;-2). Tìm B, C.

Bài 7: Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC biết đỉnh C(4;-1) đường cao và trung tuyến kẻ từ một đỉnh có phương trình 2x-3y+12=0 và 2x+3y=0.

Bài 8: Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC nếu biết A(1;3) và hai đường trung tuyến có phương trình là x-2y+1=0 và y-1=0.

Bài 9: Cho tam giác ABC biết C(4;3) phân giác trong (AD):x+2y-5=0, trung tuyến (AE) 4x+13y-10=0.Lập phương trình ba cạnh.

Bài 10: Cho tam giác ABC biết A(2;-1) và phương trình hai đường phân giác trong của góc B và C lần lượt là d: x-2y+1=0 và x+y+3=0 .Tìm phương trình của đường thẳng chứa cạnh BC.

Bài 11: Cho điểm M(-2;3) . Tìm phương trình đường thẳng qua M và cách đều hai điểm A(-1;0) và B(2;1).

Bài 12: Cho A(2;-3) , B(3;-2) .Trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng d: 3x-y-8=0, diện tích tam giác ABC bằng 3/2 . Tìm C.

Bài 13: Viết phương trình đường thẳng song song với d: 3x-4y+1=0 và có khỏang cách đến đường thẳng d bằng 1.

Bài 14: Cho tam giác cân ABC biết phương trình cạnh đáy AB:2x-3y+5=0 cạnh bên AC:x+y+1=0 Tìm phương trình cạnh bên BC biết rằng nó đi qua điểm D(1;1).

Bài 15: Cho tam giác ABC có đỉnh A(-1;3) , đường cao BH nằm trên đường thẳng y=x , phân giác trong góc C nằm trên đường thẳng x+3y+2=0 . Viết phương trình cạnh BC .

Bài 16: Cho đường thẳng d: 2x+y-4=0và hai điểm M(3;3) , N(-5;19).Hạ MK $\perp$ d và gọi P là điểm đối xứng của M qua d:

a) Tìm tọa độ của K và P.

b) Tìm điểm A trên d sao cho AM + AN có giá trị nhỏ nhất và tính giá trị đó.

Bài 17: Cho tam giác ABC vuông ở A , phương trình BC là $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$, các đỉnh A và B thuộc trục hòanh và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

Bài 18: Cho hình chữ nhật ABC có tâm I(1/2;0) , phương trình đường thẳng AB là x-2y+2=0 và AB=2AD . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết rằng đỉnh A có hòanh độ âm.

Bài 19: Trong mp(Oxy) cho hai đường thẳng $d_1: x - y = 0$ và $d_2: 2x + y - 1 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh hình vuông ABCD biết rằng đỉnh A thuộc d_1, đỉnh C thuộc d_2 và các đỉnh B,D thuộc trục hoành

--------------------------Hết-------------------------

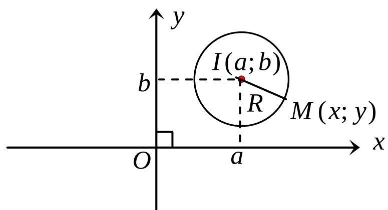
ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. <u>Phương trình đường tròn</u>:

1. <u>Phương trình chính tắc</u>:

<u>Định lý</u> : Trong mp(Oxy). Phương trình của đường tròn (C) tâm I(a;b), bán kính R là :



$$(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \quad (1)$$

Phương trình (1) được gọi là phương trình chính tắc của đường tròn

<u>Đặc biệt</u>: Khi I ≡O thì $(C): x^2 + y^2 = R^2$ (hay: $y = \pm\sqrt{R^2 - x^2}$)

<u>BÀI TẬP ỨNG DỤNG</u>:

<u>Bài 1</u>: Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết A(1;3), B(3:-5)

<u>Bài 2</u>: Viết phương trình đường tròn có tâm I(-1;2) và tiếp xúc đường thẳng $(\Delta): 3x - 4y + 2 = 0$

2. <u>Phương trình tổng quát</u>:

<u>Định lý</u> : Trong mp(Oxy). Phương trình : $\boxed{x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0}$ với $a^2 + b^2 - c > 0$

là phương trình của đường tròn (C) có tâm I(a;b), bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

<u>BÀI TẬP ỨNG DỤNG</u>:

<u>Bài 1</u>: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$

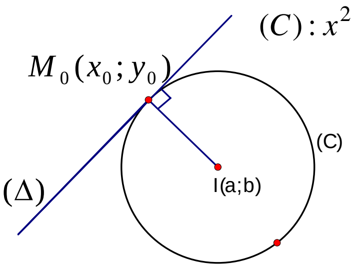
<u>Bài 2</u>: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm A(3;3), B(1;1),C(5;1)

<u>Bài 3</u>: Cho phương trình : $x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$ (1)

Định m để phương trình (1) là phương trình của đường tròn (C_m)

II. <u>Phương trình tiếp tuyến của đường tròn</u>:

<u>Định lý</u> : Trong mp(Oxy). Phương trình tiếp tuyến với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ tại điểm $M(x_0;y_0) \in (C)$ là :



$$(\Delta): x_0x + y_0y - a(x + x_0) - b(y + y_0) + c = 0$$

<u>BÀI TẬP ỨNG DỤNG</u>:

Xét đường tròn (C) qua ba điểm A(-1;2), B(2;0), C(-3;1). Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại A

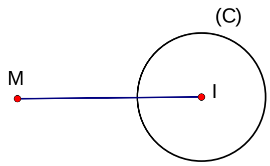
IV. <u>Phương tích của một điểm đối với một đường tròn</u>:

<u>Nhắc lại</u> :

<u>Định nghĩa</u>: Cho đường tròn (O;R) và một điểm M cố định .

Phương tích của điểm M đối với đường tròn (O) được ký hiệu là $\wp$M/(O) là một số được xác định như sau: $\wp M/(O) = d^2 - R^2$ (với d = MO)

Chú ý :



$\wp M/(O) > 0 \Leftrightarrow M$ ở ngoài đường tròn (O)

$\wp M/(O) < 0 \Leftrightarrow M$ ở trong đường tròn (O)

$\wp M/(O) = 0 \Leftrightarrow M$ ở trên đường tròn (O)

Định lý:

Trong mp(Oxy) cho điểm $M(x_0;y_0)$ và đường tròn $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a^2 + b^2 - c > 0$ có tâm I(a;b) và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$. Phương tích của điểm M đối với đường tròn (C) là

$$\boxed{\wp M/(O) = x_0^2 + y_0^2 - 2ax_0 - 2by_0 + c}$$

BÀI TẬP ỨNG DỤNG:

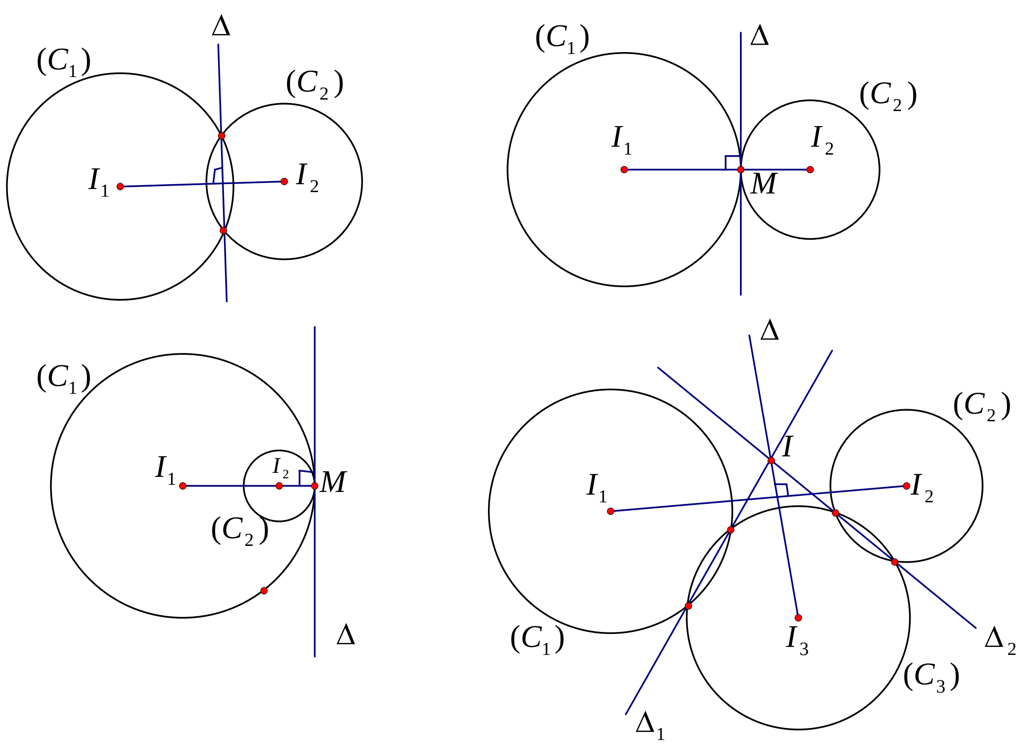
Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm A(3;5). Xét vị trí của điểm A đối với đường tròn (C)

IV. Trục đẳng phương của hai đường tròn:

Nhắc lại:

Định lý : Tập hợp các điểm có cùng phương tích đối với hai đường tròn khác tâm là một đường thẳng vuông góc với đường nối hai tâm.
Đường thẳng này được gọi là trục đẳng phương của hai đường tròn đó.

Cách xác định trục đẳng phương



Định lý :

Cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) không cùng tâm có phương trình:

$$(C_1): x^2 + y^2 - 2a_1x - 2b_1y + c_1 = 0$$

$$(C_2): x^2 + y^2 - 2a_2x - 2b_2y + c_2 = 0$$

Phương trình trục đẳng phương của (C_1) và (C_2) là :

$$(\Delta): 2(a_1 - a_2)x + 2(b_1 - b_2)y + c_2 - c_1 = 0$$

Cách nhớ: $\boxed{x^2 + y^2 - 2a_1x - 2b_1y + c_1 = x^2 + y^2 - 2a_2x - 2b_2y + c_2}$

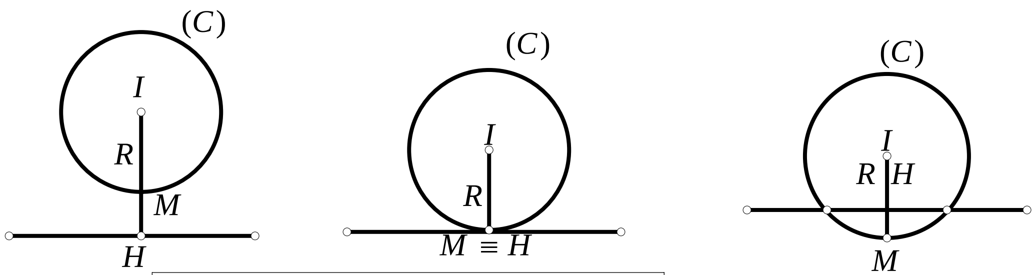
BÀI TẬP ỨNG DỤNG:

Xác định phương trình trục đẳng phương của hai đường tròn sau: $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$

$(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$

VI. Các vấn đề có liên quan:

1. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn:



Định lý:

$(\Delta)\bigcap(C) = \varnothing$	$\Leftrightarrow$	d(I;Δ) > R
(Δ) tiếp xúc (C)	$\Leftrightarrow$	d(I;Δ) = R
(Δ) cắt (C)	$\Leftrightarrow$	d(I;Δ) < R

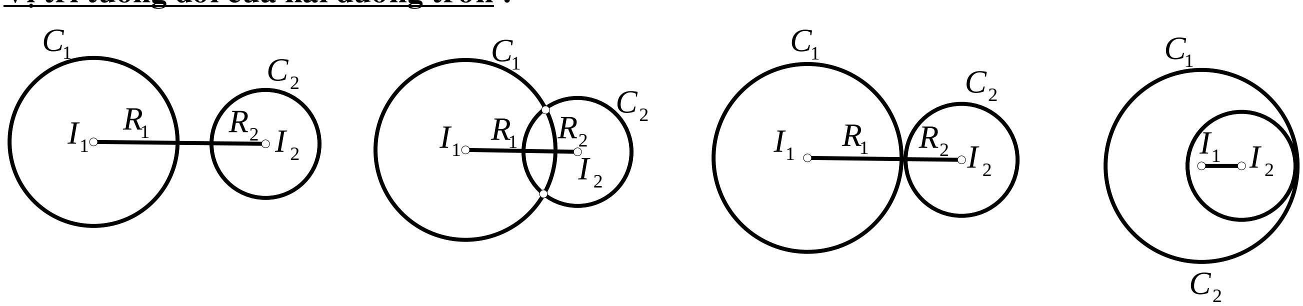
BÀI TẬP ỨNG DỤNG:

Bài 1: Cho đường tròn (C): $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết rằng tiếp tuyến này đi qua điểm M(6;3)

Bài 2: Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): 2x + y + 10 = 0$

Bài 3: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm M(-3;1). Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C). Viết phương trình đường thẳng T_1T_2.

2. Vị trí tương đối của hai đường tròn :



(C_1) và (C_2) không cắt nhau	$\Leftrightarrow\ I_1I_2 > R_1 + R_2$
(C_1) và (C_2) cắt nhau	$\Leftrightarrow\ \lvert R_1 - R_2\rvert < I_1I_2 < R_1 + R_2$
(C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài nhau	$\Leftrightarrow\ I_1I_2 = R_1 + R_2$
(C_1) và (C_2) tiếp xúc trong nhau	$\Leftrightarrow\ I_1I_2 = \lvert R_1 - R_2\rvert$

BÀI TẬP ỨNG DỤNG:

Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn sau:

$$(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$$
$$(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

VII: Chùm đường tròn:

Định lý: Cho hai đường tròn cắt nhau :

$$(C_1): x^2 + y^2 - 2a_1x - 2b_1y + c_1 = 0$$
$$(C_2): x^2 + y^2 - 2a_2x - 2b_2y + c_2 = 0$$

Phương trình đường tròn (C) đi qua giao điểm của (C_1) và (C_2) có dạng :

$$\lambda(x^2 + y^2 - 2a_1x - 2b_1y + c_1) + \mu(x^2 + y^2 - 2a_2x - 2b_2y + c_2) = 0 \qquad (\lambda^2 + \mu^2 \neq 0)$$

BÀI TẬP ỨNG DỤNG:

Viết phương trình đường tròn đi qua các giao điểm của hai đường tròn

$$(C_1): x^2 + y^2 - 10x = 0; (C_2): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$$

và đi qua điểm A(1;-1)

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1: Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác có ba đỉnh là A(1;1); B(-1;2); C(0;-1).

Bài 2: Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác có ba cạnh nằm trên ba đường thẳng

$$(d_1): y = \frac{x}{5} - \frac{2}{5}; (d_2): y = x + 2; (d_3): y = 8 - x.$$

Bài 3: Lập phương trình đường tròn nội tiếp tam giác có ba đỉnh là A(-1;7); B(4;-3); C(-4;1).

Bài 4: Lập phương trình đường tròn đi qua các điểm A(-1;1) và B(1;-3) có tâm nằm trên đường thẳng (d):2x - y + 1 = 0.

Bài 5: Lập phương trình đường tròn đi qua điểm A(-1;-2) và tiếp xúc với đường thẳng (d): 7x-y-5=0 tại điểm M(1;2).

Bài 6: Lập phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng 2x+y=0 và tiếp xúc với đường thẳng x-7y+10=0 tại điểm A(4;2).

Bài 7: Viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng 4x +3y - 2 = 0 và tiếp xúc với hai đường thẳng : x + y + 4 = 0 và 7x - y + 4 = 0.

Bài 8: Viết phương trình đường tròn đi qua điểm A(2;-1) và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox,Oy.

Bài 9: Cho đường tròn (C):$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và đường thẳng (d):x-y-1=0. Viết phương trình đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng (d). Tìm toạ độ giao điểm của (C) và (C').

Bài 10:Cho hai đường tròn: (C_1): $x^2+y^2-10x=0$ và (C_2): $x^2+y^2+4x-2y-20=0$

1. Viết phương trình đường tròn đi qua các giao điểm của (C_1) và (C_2) và có tâm nằm trên đường thẳng (d): x + 6y - 6 = 0.
2. Viết phương trình tiếp tuyến chung của các đường tròn (C_1) và (C_2) .

Bài 11: Cho hai đường tròn: (C_1): $x^2+y^2-4y-5=0$ và (C_2): $x^2+y^2-6x+8y+16=0$

Viết phương trình tiếp tuyến chung của các đường tròn (C_1) và (C_2) .

Bài 12: Cho hai đường tròn :

$$(C_1): x^2+y^2-4x+2y-4=0$$

$$(C_2): x^2+y^2-10x-6y+30=0$$

có tâm lần lượt là I và J.

1) Chứng minh (C_1) tiếp tiếp xúc ngoài với (C_2) và tìm tọa độ tiếp điểm H.
2) Gọi (D) là một tiếp tuyến chung không đi qua H của (C_1) và (C_2) . Tìm tọa độ giao điểm K của (D) và đường thẳng IJ.Viết phương trình đường tròn (C) đi qua K và tiếp xúc với hai đường tròn (C_1) và (C_2) tại H.

Bài 13: Cho điểm M(6;2) và đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-4y=0$. Lập phương trình đường thẳng (d) qua M cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=\sqrt{10}$

Bài 14: Cho đường tròn (C): $x^2+y^2=9$ và điểm A(1;2). Hãy lập phương trình của đường thẳng chứa dây cung cuả (C) đi qua A sao cho độ dài dây cung đó ngắn nhất.

Bài 15: Cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-6y+6=9$ và điểm M(2;4)

1. Chứng tỏ rằng điểm M nằm trongđường tròn.
2. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M, cắt đường tròn tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB .
3. Viết phương trình đường tròn đối xứng với đường tròn đã cho qua đường thẳng AB.

Bài 16: Trong mp(Oxy) cho họ đường tròn (C_m) có phương trình :

$$x^2+y^2-(2m+5)x+(4m-1)y-2m+4=0$$

1) Chứng tỏ rằng (C_m) qua hai điểm cố định khi m thay đổi.
2) Tìm m để (C_m) tiếp xúc trục tung.

Bài 17: Cho họ đường tròn (C_m) có phương trình : $x^2+y^2-(m-2)x+2my-1=0$

1) Tìm tập hợp tâm các đường tròn (C_m) .
2) Cho m = -2 và điểm A(0;-1). Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn (C_{-2}) vẽ từ A.

Bài 18: Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-6y+9=0$

1. Tiếp tuyến song song với đường thẳng x-y=0
2. Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng 3x-4y=0

Bài 19: Cho tam giác ABC đều nội tiếp trong đường tròn (C): $(x-1)^2+(y-2)^2=9$. Xác định toạ độ các điểm B, C biết điểm A(-2;2).

Bài 20: Trong mp(Oxy) cho họ đường tròn (C_m) có phương trình :

$$x^2-2mx+y^2+2(m+1)y-12=0$$

1) Tìm tập hợp tâm các đường tròn (C_m) .
2) Với giá trị nào của m thì bán kính của họ đường tròn đã cho là nhỏ nhất?

Bài 21: Cho hai họ đường tròn :

$(C_m): x^2 + y^2 - 2mx + 2(m+1)y - 1 = 0$

$(C_{m'}): x^2 + y^2 - x + (m-1)y + 3 = 0$

Tìm trục đẳng phương của hai họ đường tròn trên. Chứng tỏ rằng khi m thay đổi các trục đẳng phương đó luôn luôn đi qua một điểm cố định.

<u>Bài 22</u>: Cho hai đường tròn :

$(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 9y - 2 = 0$

$(C_2): x^2 + y^2 - 8x - 9y + 16 = 0$

1) Chứng minh rằng hai đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau.

2) Viết phương trình các tiếp tuyến chung của hai đường tròn (C_1) và (C_2).

<u>Bài 23</u>: Cho hai đường tròn :

$(C_1): x^2 + y^2 - 10x = 0$

$(C_2): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$

Viết phương trình các tiếp tuyến chung của hai đường tròn (C_1) và (C_2).

<u>Bài 24</u>: Cho hai đường tròn :

$(C_1): x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$

$(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$

Viết phương trình các tiếp tuyến chung của hai đường tròn (C_1) và (C_2).

<u>Bài 25</u>: Cho hai điểm A(2;0), B(6;4). Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5 (TS.K.B2005)

Ứng dụng phương trình đường tròn để giải các hệ có chứa tham số

<u>Bài 1</u>: Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x - y = a \end{cases}$$

Xác định các giá trị của a để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

<u>Bài 2</u>: Cho hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + y^2 - x = 0 \\ x + ay - a = 0 \end{cases}$

Xác định các giá trị của a để hệ phương trình có 2 nghiệm phân biệt

<u>Bài 3:</u> Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất

$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = m \\ x^2 + (y-2)^2 = m \end{cases}$$

ĐƯỜNG ELÍP TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

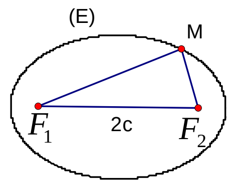
A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

I.Định nghĩa:

Elíp (E) là tập hợp các điểm M có tổng khoảng cách đến hai điểm cố định F_1; F_2 bằng hằng số

* Hai điểm cố định F_1; F_2 được gọi là các tiêu điểm

* $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$) được gọi là tiêu cự

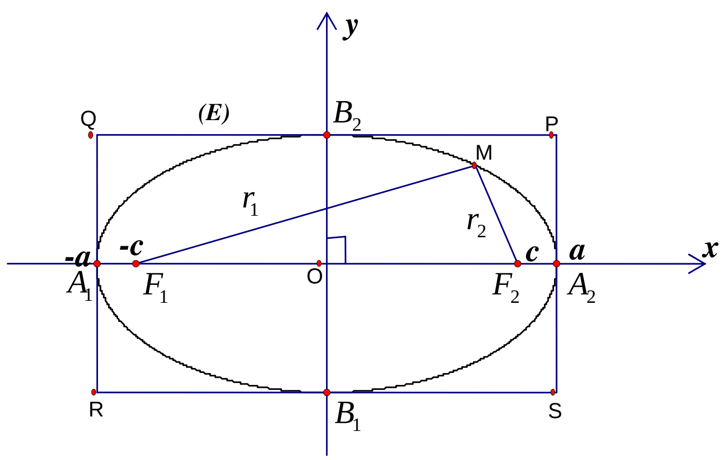


$$(E) = \{M / MF_1 + MF_2 = 2a\} \qquad (a>0 : \text{hằng số và } a>c)$$

II. Phương trình chính tắc của Elíp và các yếu tố:

1. Phương trình chính tắc:

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{với} \quad b^2 = a^2 - c^2 \quad (a > b) \quad (1)$$



2. Các yếu tố của Elíp:

*** Elíp xác định bởi phương trình (1) có các đặc điểm:**

- Tâm đối xứng O, trục đối xứng Ox; Oy
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$; $F_2(c;0)$
- Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$
- Trục lớn nằm trên Ox; độ dài trục lớn 2a (= A_1A_2)
- Trục nhỏ nằm trên Oy; độ dài trục lớn 2b (= B_1B_2)
- Đỉnh trên trục lớn : $A_1(-a;0)$; $A_2(a;0)$
- Đỉnh trên trục nhỏ :$B_1(0;-b)$; $B_2(0;b)$
- Bán kính qua tiêu điểm:

Với M(x;y) ∈ (E) thì $\begin{cases} r_1 = MF_1 = a + \dfrac{c}{a}x = a + ex \\ r_2 = MF_2 = a - \dfrac{c}{a}x = a - ex \end{cases}$

- Tâm sai : $e = \dfrac{c}{a}$ $(0 < e < 1)$

- Đường chuẩn : $x = \pm\dfrac{a}{e}$

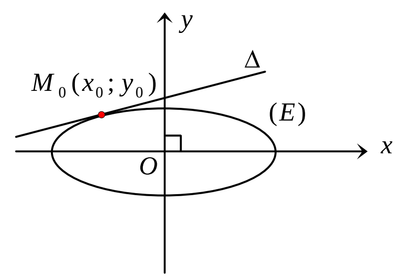
III. Phương trình tham số của Elíp:

$$(E): \begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases} \quad t \in [0; 2\pi)$$

IV. Tiếp tuyến của Elíp:

Định lý: Phương trình tiếp tuyến với (E) : $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ tại $M_0(x_0;y_0)$ ∈ (E) là :

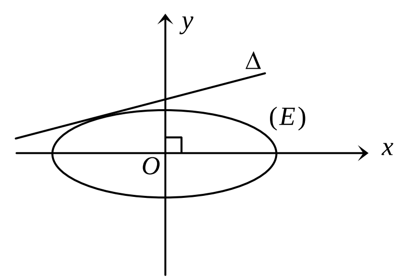
$$(\Delta): \frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$$



V. Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với Elíp:

Định lý: Cho Elíp (E) : $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng $(\Delta): Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 > 0$)

$$(\Delta) \text{ tiếp xúc (E)} \iff A^2a^2 + B^2b^2 = C^2$$



BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1: Cho (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3};0); F_2(\sqrt{3};0)$ và một đường chuẩn có phương trình $x = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$

1. Viết phương trình chính tắc của (E).
2. M là điểm thuộc (E). Tính giá trị của biểu thức:
$$P = F_1M^2 + F_2M^2 - 3OM^2 - F_1M.F_2M$$
3. Viết phương trình đường thẳng (d) song song với trục hoành và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho $OA \perp OB$

Bài 2: 1. Lập phương trình chính tắc của (E) có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{15};0)$, tiếp xúc với (d): $x + 4y - 10 = 0$

2. Viết phương trình tiếp tuyến với (E) vuông góc với (d): $x + y + 6 = 0$.

Bài 3: Cho Elíp (E) : $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ và đường thẳng (d): $mx - y - 1 = 0$

1. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (d) luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt
2. Viết phương trình tiếp tuyến của (E), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm A(1;-3).

Bài 4: 1. Lập phương trình chính tắc của (E) có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{10},0); F_2(\sqrt{10};0)$, độ dài trục lớn bằng

$2\sqrt{18}$.

2. Đường thẳng (d) tiếp xúc (E) tại M cắt hai trục toạ độ tại A và B. Tìm M sao cho diện tích ΔOAB nhỏ nhất.

Bài 5: Cho Elíp (E) : $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ và đường thẳng (d): $x-y\sqrt{2}+2=0$

1. CMR (d) luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt A,B . Tính độ dài AB.
2. Tìm toạ độ điểm C thuộc (E) sao cho ΔABC có diện tích lớn nhất.

Bài 6: Cho hai Elíp : $(E_1):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và $(E_2):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai elíp trên.

Bài 7: Cho Elíp (E) : $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{12}=1$. Xét hình vuông ngoại tiếp (E) (tức là các cạnh hình vuông tiếp xúc với (E) . Viết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh hình vuông đó.

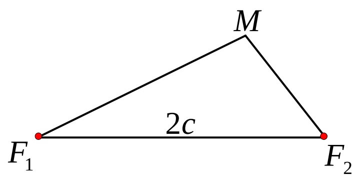
Bài 8: Cho Elíp (E) : $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Cho A(-3;0),M(-3;a),B(3;0),N(3;b) trong đó a,b là hai số thay đổi

1. Xác định toạ độ giao điểm I của đường thẳng AN và BM.
2. Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để đường thẳng MN tiếp xúc với (E) là ab=4
3. Với a,b thay đổi , nhưng luôn tiếp xúc với (E) . Tìm quỹ tích điểm I.

ĐƯỜNG HYPEBOL TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. Định nghĩa:

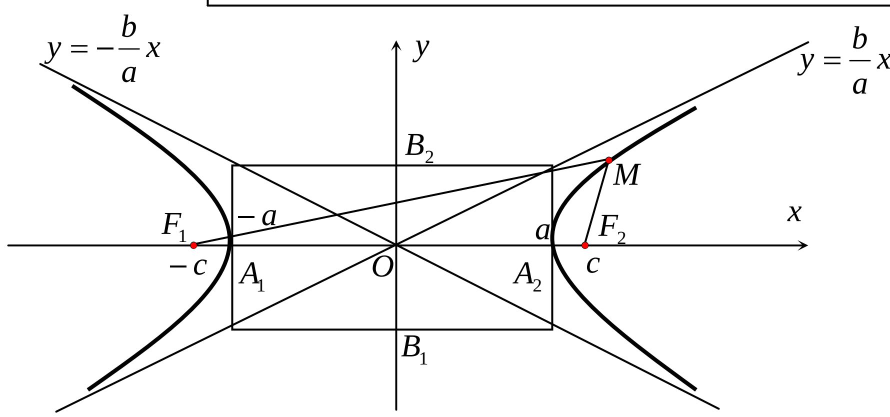


$$(H) = \{M / |MF_1 - MF_2| = 2a\} \qquad (\ a > 0 : \text{hằng số và } a < c\ )\ (1)$$

II. Phương trình chính tắc của Hypebol và các yếu tố:

1. Phương trình chính tắc:

$$(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{với} \quad b^2 = c^2 - a^2 \qquad (1)$$



2. Các yếu tố của Hypebol:

*** Hypebol xác định bởi phương trình (1) có các đặc điểm:**

- Tâm đối xứng O, trục đối xứng Ox; Oy
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$; $F_2(c;0)$
- Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$
- Trục thực nằm trên Ox; độ dài trục thực $2a$ ($= A_1A_2$)
- Trục ảo nằm trên Oy; độ dài trục ảo $2b$ ($= B_1B_2$)
- Đỉnh: $A_1(-a;0)$; $A_2(a;0)$
- Phương trình tiệm cận : $y = \pm\frac{b}{a}x$
- Bán kính qua tiêu điểm:

Với $M(x;y) \in (H)$ thì :

$$\text{Với } x > 0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 = MF_1 = a + ex \\ r_2 = MF_2 = -a + ex \end{cases}$$

$$\text{Với } x < 0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 = MF_1 = -(a + ex) \\ r_2 = MF_2 = -(-a + ex) \end{cases}$$

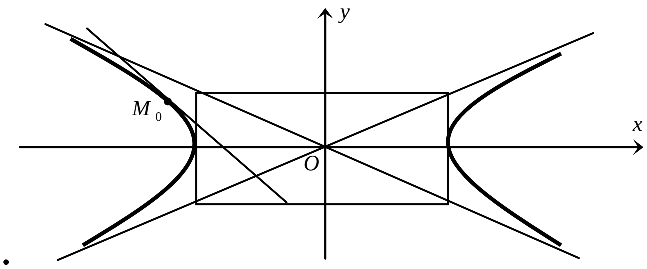
- Tâm sai : $e = \frac{c}{a}$ $(e > 1)$

- Đường chuẩn : $x = \pm\frac{a}{e}$

IV. Tiếp tuyến của Hypebol:

Định lý: Phương trình tiếp tuyến với (H) : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ tại $M_0(x_0;y_0) \in$ (H) là :

$$(\Delta) : \frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$$



V. Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với Hypebol:

Định lý: Cho Hypebol (H) : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng $(\Delta): Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 > 0$)

$$(\Delta) \text{ tiếp xúc (H)} \Leftrightarrow A^2a^2 - B^2b^2 = C^2$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1: Cho Hypebol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

1. Tìm độ dài trục ảo, trục thực , tâm sai , tiêu điểm F_1,F_2 của (H)
2. Tìm trên (H) những điểm sao cho $MF_1 \perp MF_2$

Bài 2: Cho Hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

CMR tích các khoảng cách từ một điểm M_0 bất kỳ trên (H) đến hai tiệm cận là một số không đổi

Bài 3: Cho Hypebol (H): $x^2 - 4y^2 = 4$.

1. Viết phương trình tiếp tuyến với (H) tại $A(\frac{10}{3};\frac{4}{3})$
2. Viết phương trình tiếp tuyến với (H) biết nó vuông góc với đường thẳng : $\Delta : x - y - 2 = 0$
3. Viết phương trình tiếp tuyến với (H) kẻ từ M(2;-1)

Bài 4: Cho Hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ trong mặt phẳng Oxy

Tìm a,b để (H) tiếp xúc với hai đường thẳng $(D_1): 5x - 6y - 16 = 0$ và $(D_2): 13x - 10y - 48 = 0$

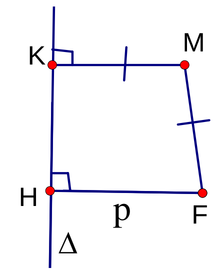
ĐƯỜNG PARABOL TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. Định nghĩa :

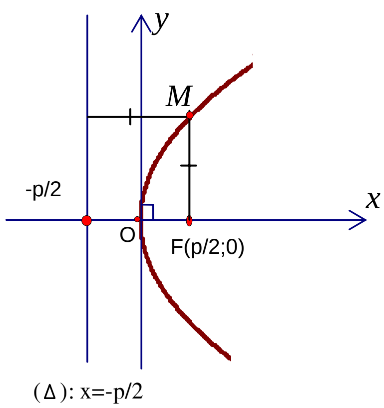
$$(P) = \{M / MF = d(M, \Delta)\}$$

* F là điểm cố định gọi là tiêu điểm
* (Δ) là đường thẳng cố định gọi là đường chuẩn
* HF = p > 0 gọi là tham số tiêu

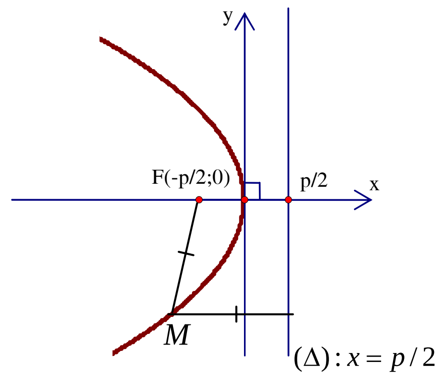


II. Phương trình chính tắc của parabol:

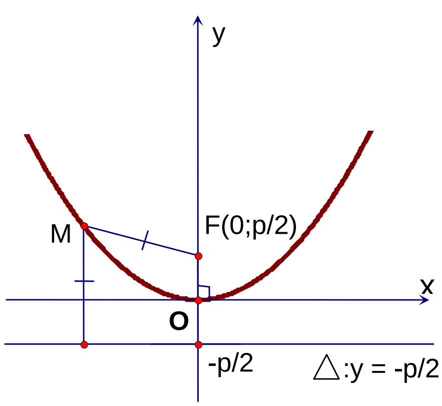
1) Dạng 1: Ptct: $y^2 = 2px$



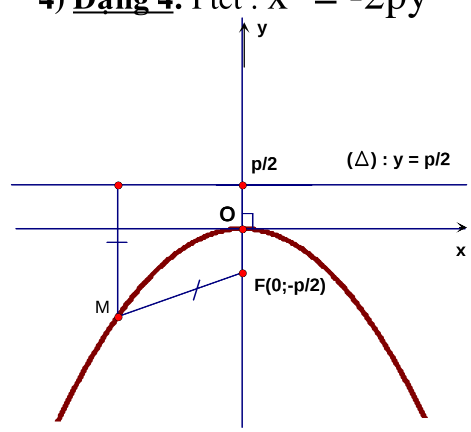
2) Dạng 2: Ptct: $y^2 = -2px$



3) Dạng 3: Ptct: $x^2 = 2py$



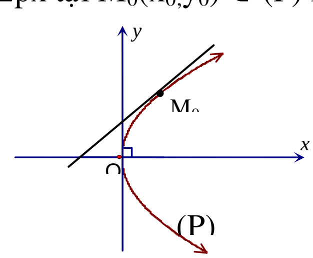
4) Dạng 4: Ptct : $x^2 = -2py$



III.Tiếp tuyến của parabol:

Định lý: Trong mp(Oxy). Phương trình tiếp tuyến với (P): $y^2 = 2px$ tại $M_0(x_0;y_0) \in$ (P) là :

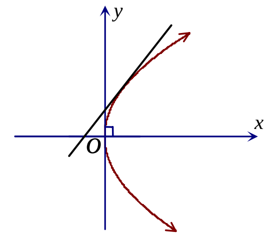
$$(\Delta) : y_0y = p.(x + x_0)$$



IV. Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với parabol:

Định lý: Trong mp(Oxy) cho (P) : $y^2 = 2px$ và đường thẳng $(\Delta): Ax + By + C = 0 \ (A^2 + B^2 > 0)$

$$\boxed{(\Delta) \text{ tiếp xúc } (P) \Leftrightarrow B^2 p = 2AC}$$



BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1: Cho (P): $y^2 = 16x$

1. Lập phương trình tiếp tuyến của (P), biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng (d) : $3x-2y+6=0$
2. Lập phương trình các tiếp tuyến với (P) kẻ từ M(-1;0) đến (P)

Bài 2: Lập phương trình các tiếp tuyến chung của elíp : $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$ và parabol: $y^2 = 12x$.

Bài 3: Cho A(3;0) và (P): $y=x^2$

1. Cho $M \in (P)$ và $x_M = a$. Tính AM . Tìm a để AM ngắn nhất
2. Chứng minh nếu AM ngắn nhất thì AM vuông góc tiếp tuyến tại M của (P)

Bài 4: Cho (P):$y^2= 2x$ và cho A(2;-2); B(8;4). Giả sử M là điểm di động trên cung nhỏ AB của (P). Xác định tọa độ của M sao cho tam diác AMB có diện tích lớn nhất.

Bài 5: Cho (P): $y^2 = x$ và điểm I(0;2). Tìm tọa độ hai điểm M, N thuộc (P) sao cho $\overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN}$

---------------------------------Hết-------------------------------