Phương pháp tọa độ trong không gian

1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$

   (a) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d.

   (b) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và $(Q): x-y+z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao khoảng cách từ O đến (R) bằng 2.

3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$.

   (a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C.

   (b) Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng $(Q): 2x+2y+z-3=0$ sao cho $MA=MB=MC$.

4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x-y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, vuông góc với (P) biết rằng mặt phẳng (Q) cắt hai trục Oy, Oz lần lượt tại M, N phân biệt sao cho $OM=ON$.

5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y+2z-1=0$ và hai điểm $A(3;1;0), B(2;0;-2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và B sao cho thiết diện của (P) với khối cấu (S) là một hình tròn có diện tích bằng π.

6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{a}{1}=\dfrac{y+8}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$ và mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(7;0;0), B(0;7;0), C(0;0;7)$. Hãy viết phương trình đường thẳng (d') là hình chiếu của (d) lên (P).

7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hãy lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(3;2;1)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ là nhỏ nhất.

8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z=0$. Gọi C là giao điểm của (d) với (P), M là điểm thuộc (d). Tính khoảng cách từ M đến (P), biết $MC=\sqrt{6}$.

9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(0;b;0), (0;0;c)$, trong đó b, c dương và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Xác định b, c, biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với (P) và khoảng cách từ điểm O đến (ABC) bằng $\dfrac{1}{3}$.

10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Chứng minh rằng (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đó.

11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;-3), B(2;0;-1), C(2;-2;-3)$. Tìm tọa độ điểm M cách đều ba điểm A, B, C và khoảng cách từ M đến $(ABC)=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(0;0;0), B(1;0;0)$, $D(0;1;0), A'(0;0;1)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

    (a) Tính khoảng cách giữa $A'C$ và MN.

    (b) Viết phương trình mặt phẳng chứa $A'C$ và tạo với mặt phẳng Oxy một góc α, biết $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$

13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-14=0$.

    (a) Viết phương trình mặt (Q) chứa Ox và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

    (b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất.

14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$, $(d_2): \begin{cases} x+y-z-2=0 \\ x+3y-12=0 \end{cases}$.

    (a) Chứng minh rằng (d_1) và (d_2) song song với nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d_1) và (d_2).

    (b) Mặt phẳng tọa độ Oxz cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A, B. Tính diện tích tam giác OAB.

15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$, $(d_2): \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 7x+y-4z=0$.

    (a) Chứng minh (d_1) và (d_2) chéo nhau.

    (b) Viết phương trình đường thẳng (d) vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt $(d_1), (d_2)$.

16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$ và $M(2;1;4)$. Tìm tọa độ điểm H thuộc (d) sao cho độ dài đoạn MH nhỏ nhất.

17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$, $(d_2): \begin{cases} x+2z-2=0 \\ y-z+1=0 \end{cases}$

    Lập phương trình đường thẳng vuông góc chung của $(d_1), (d_2)$.

18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;1;0), B(2;1;1)$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A, $(\Delta) \perp (d)$ sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng (Δ) là lớn nhất.

19. Trong kg với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;2), (P): 2x-y-z+3=0$, $(d): \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-6}{1}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (P) tại C, cắt (d) tại B sao cho $AB=AC$.

20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+2z+6=0$ và hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=-3 \end{cases}$, $(d_2): \begin{cases} x=5+9u \\ y=10-2u \\ z=1-u \end{cases}$. Lập phương trình đường thẳng (Δ) cắt (d_1) tại A, cắt (d_2) tại B sao cho đường thẳng (Δ) song song với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ (Δ) đến (P) bằng $\dfrac{3}{\sqrt{6}}$.

21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;3;-2), B(-9;4;9)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+z+1=0$. Tìm M thuộc (P) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất.

22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;0), B(3;-1;4)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$. Tìm $M \in (d)$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất.

23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{2}$. Tính khoảng cách từ A đến (d). Viết phương trình mặt cầu tâm A, cắt (d) tại hai điểm B,C sao cho $BC=8$.

24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $(d):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$. Xác định tọa độ của M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến (d) bằng OM.

25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0),B(1;2;2),C(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-20=0$. Xác định tọa độ điểm D thuộc AB sao cho (CD) song song (P).

26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=1+t\\y=-1-t\\z=2\end{cases},(d_2):\begin{cases}x=3-u\\y=1+2u\\z=u\end{cases}$.
Lập phương trình mặt cầu (S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của (d_1) và (d_2).

27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\begin{cases}2x+4y-z-7=0\\4x+5y+z-14=0\end{cases}$, các mặt phẳng $(P):x+2y-2z-2=0,(Q):x+2y-2z+4=0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên (d) và tiếp xúc với (P) và (Q).

28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;3;-1)$ và đường thẳng $(d)\begin{cases}5x-4y+3z+20=0\\3x-4y+z-8=0\end{cases}$.
Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt (d) tại hai điểm A,B sao cho $AB=10$.

29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=11$ và hai đường thẳng $(d_1):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{2},(d_2):\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng song với $(d_1),(d_2)$ và tiếp xúc với (S). Lập phương trình đường thẳng qua tâm (S) và cắt $(d_1),(d_2)$.

30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;3)$ và cắt (d) tại A,B sao cho tam giác IAB vuông tại I.